

**MINISTÉRIO DA DEFESA**

**EXÉRCITO BRASILEIRO**

**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**CT (EN) EDILSON CELESTINO DOS SANTOS**

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE ALGORITMOS DE  
LOCALIZAÇÃO DE EMISSORES DE RF BASEADOS EM  
MEDIDAS DE MARCAÇÃO EM UM CENÁRIO NAVAL**

**Rio de Janeiro**

**2017**

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**CT (EN) EDILSON CELESTINO DOS SANTOS**

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE ALGORITMOS DE LOCALIZAÇÃO DE EMISSORES DE RF BASEADOS EM MEDIDAS DE MARCAÇÃO EM UM CENÁRIO NAVAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. José Antonio Apoliário Júnior - D.Sc.,  
Coorientador: Prof. José Carlos Araujo dos Santos - Ph.D.

Rio de Janeiro

2017

c2017

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA  
Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha  
Rio de Janeiro – RJ CEP: 22290-270

Este exemplar é de propriedade do Instituto Militar de Engenharia, que poderá incluí-lo em base de dados, armazenar em computador, microfilmear ou adotar qualquer forma de arquivamento.

É permitida a menção, reprodução parcial ou integral e a transmissão entre bibliotecas deste trabalho, sem modificação de seu texto, em qualquer meio que esteja ou venha a ser fixado, para pesquisa acadêmica, comentários e citações, desde que sem finalidade comercial e que seja feita a referência bibliográfica completa.

Os conceitos expressos neste trabalho são de responsabilidade do autor e dos orientadores.

**INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA**

**CT (EN) EDILSON CELESTINO DOS SANTOS**

**AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE ALGORITMOS DE LOCALIZAÇÃO DE EMISSORES DE RF BASEADOS EM MEDIDAS DE MARCAÇÕES EM UM CENÁRIO NAVAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. José Antonio Apolinário Júnior - D.Sc.,

Coorientador: Prof. José Carlos Araujo dos Santos - Ph.D.

Aprovada em 08 de fevereiro de 2017 pela seguinte banca examinadora:

---

José Antonio Apolinário Júnior - D.Sc. do IME - Presidente

---

José Carlos Araujo dos Santos - Ph.D. do IME

---

Paulo Fernando Ferreira Rosa - Ph.D. do IME

---

Marcello Luiz Rodrigues de Campos - Ph.D. da UFRJ

Rio de Janeiro

2017

À minha família pela compreensão e apoio incondicional.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por me iluminar e amparar nos momentos difíceis, me dar força interior para superar as dificuldades, mostrar o caminho nas horas incertas e me suprir em todas as minhas necessidades.

À minha esposa e ao meu filho pelo companheirismo, apoio, incentivo e paciência que tiveram comigo durante este árduo período.

Aos meus pais, por terem me dado a vida, educação e a estrutura familiar para propiciar meu desenvolvimento.

Aos meus orientadores, Prof. José Antonio Apolinário Júnior e Prof. José Carlos Araujo dos Santos, pela dedicação, compreensão e confiança durante a realização deste trabalho.

Aos amigos do Laboratório de Processamento Digital de Sinais, pela força, ajuda e incentivo.

Ao Instituto Militar de Engenharia e em especial à seção de Engenharia Elétrica, pelo conhecimento científico adquirido.

À Marinha do Brasil e em especial à Diretoria de Sistemas de Armas da Marinha, pela oportunidade na realização de um sonho.

A todos aqueles que de forma direta ou indireta colaboraram para a realização desta dissertação, meu agradecimento.

# SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....	8
LISTA DE TABELAS .....	10
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS .....	11
LISTA DE SIGLAS.....	13
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>17</b>
1.1 Motivação para este Estudo.....	19
1.2 Organização do Trabalho.....	20
<b>2 PRINCIPAIS TÉCNICAS PARA DETERMINAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE EMISSORES DE RF .....</b>	<b>21</b>
2.1 Tempo de Chegada (TOA) .....	21
2.2 Diferença do Tempo de Chegada (TDOA).....	23
2.3 Ângulo de Chegada (AOA).....	25
2.4 Diferença da Frequência de Chegada (FDOA) .....	26
<b>3 ALGORITMOS DE LOCALIZAÇÃO .....</b>	<b>30</b>
3.1 Geometria do Problema.....	30
3.2 Transformada de Hough Generalizada .....	31
3.2.1 Aplicação da GHT em Medidas de AOA .....	32
3.2.2 Aplicação da GHT em Medidas de FDOA.....	33
3.2.3 Aplicação da GHT em Fusão de Medidas de AOA e FDOA .....	34
3.3 Filtros de Kalman .....	34
3.3.1 Filtro de Kalman Sem Rasto (UKF).....	40
3.4 Algoritmo Minimax.....	44
3.5 Mínimos Quadrados (LS).....	46
3.6 Mínimos Quadrados Total (TLS) .....	48
3.7 Algoritmo de Seleção de Dados .....	49
<b>4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS .....</b>	<b>52</b>
4.1 Cenário com Dois Receptores Móveis e um Emissor Fixo.....	52
4.1.1 Simulações com Erros nas Posições dos Receptores .....	57
4.1.2 Simulações Utilizando o Algoritmo de Seleção de Dados .....	59
4.2 Cenário com Apenas um Receptor Móvel e um Emissor Fixo .....	60
4.2.1 Simulações com Erros nas Posições dos Receptores .....	65
4.2.2 Simulações Utilizando o Algoritmo de Seleção de Dados .....	66
4.3 Cenário com Grande Espaçamento entre as Posições dos Receptores.....	67
4.3.1 Simulações com Erros nas Posições dos Receptores .....	72
4.3.2 Simulações Utilizando o Algoritmo de Seleção de Dados.....	72
4.4 Cenário com Maior Número de Medidas de Marcação .....	74
4.4.1 Simulações com Erros nas Posições dos Receptores .....	78
4.4.2 Simulações Utilizando o Algoritmo de Seleção de Dados .....	79
4.5 Cenário com Emissor Móvel.....	80

<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>84</b>
5.1	Trabalhos Futuros .....	85
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>86</b>



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1 - Localização de Emissor com a técnica TOA.....	22
FIG. 2.2 - Trilateração com a técnica TOA.....	22
FIG. 2.3 - Localização de Emissor com a técnica TDOA.....	23
FIG. 2.4 - Interseção de hipérbolas - TDOA.....	24
FIG. 2.5 - Triangulação utilizando dois receptores.....	25
FIG. 2.6 - Triangulação utilizando três receptores.....	25
FIG. 2.7 - Frequência recebida por um receptor móvel.....	27
FIG. 2.8 - Frequências recebidas por dois receptores móveis.....	28
FIG. 2.9 - Contorno DD com ambiguidade esquerda-direita.....	28
FIG. 2.10 - Localização do emissor por três sensores.....	29
FIG. 3.1 - Geometria da localização de alvos em duas dimensões.....	30
FIG. 3.2 - Espaço Parametrizado Tri-dimensional.....	32
FIG. 3.3 - Interpretação geométrica para o algoritmo Minimax.....	46
FIG. 3.4 - Localização do emissor utilizando medidas de marcação.....	46
FIG. 4.1 - Cenário para localização de um alvo com medidas de marcação.....	53
FIG. 4.2 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.....	55
FIG. 4.3 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.....	55
FIG. 4.4 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.....	56
FIG. 4.5 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.....	56
FIG. 4.6 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.....	57
FIG. 4.7 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.....	58
FIG. 4.8 - Incremento da incerteza na posição do observador.....	59
FIG. 4.9 - Cenário e medidas com valores dispersos ( <i>outliers</i> ) em vermelho.....	60
FIG. 4.10 - Cenário com apenas um receptor móvel e um emissor fixo.....	61
FIG. 4.11 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.....	62
FIG. 4.12 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.....	63
FIG. 4.13 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.....	63
FIG. 4.14 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.....	64
FIG. 4.15 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.....	64
FIG. 4.16 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.....	65
FIG. 4.17 - Incremento da incerteza na posição do observador.....	66
FIG. 4.18 - Cenário e medidas com valores dispersos ( <i>outliers</i> ) em vermelho.....	67
FIG. 4.19 - Cenário com grande espaçamento entre as posições dos receptores.....	68
FIG. 4.20 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.....	69
FIG. 4.21 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.....	70
FIG. 4.22 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.....	70
FIG. 4.23 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.....	71
FIG. 4.24 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.....	71

FIG. 4.25 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.....	72
FIG. 4.26 - Cenário e medidas com valores dispersos (outliers). .....	73
FIG. 4.27 - Cenário com maior número de medidas de marcação .....	74
FIG. 4.28 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações .....	75
FIG. 4.29 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.....	76
FIG. 4.30 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações .....	76
FIG. 4.31 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações .....	77
FIG. 4.32 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.....	77
FIG. 4.33 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador. ....	78
FIG. 4.34 - Incremento da incerteza na posição do observador .....	79
FIG. 4.35 - Cenário e medidas com valores dispersos (outliers) em vermelho .....	80
FIG. 4.36 - Cenário com emissor móvel representado por um navio .....	81
FIG. 4.37 - Cenário com emissor móvel representado por uma aeronave .....	81
FIG. 4.38 - Variação dos erros RMS em função da velocidade do alvo .....	83

## LISTA DE TABELAS

TAB. 3.1 - Valores críticos para o teste de Grubbs .....	51
TAB. 4.1 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações .....	53
TAB. 4.2 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações.....	54
TAB. 4.3 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações.....	60
TAB. 4.4 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações .....	61
TAB. 4.5 - Média dos erros das estimativas para 1000 simulações .....	67
TAB. 4.6 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações .....	68
TAB. 4.7 - Média dos erros das estimativas para 1000 simulações .....	73
TAB. 4.8 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações .....	74
TAB. 4.9 - Média dos erros das estimativas para 1000 simulações .....	80
TAB. 4.10 - Média dos erros das estimativas para 1000 simulações .....	82

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

$c$	Velocidade de propagação no vácuo
$d_i$	Distância da posição estimada do emissor à $i$ -ésima linha de marcação.
$D_i$	Distância entre a fonte e o $i$ -ésimo sensor de detecção
$F_R$	Frequência recebida
$F_T$	Frequência transmitida
$V_R$	Velocidade do receptor
$L$	Número de linhas de posição
$\mathbf{a}$	Vetor posição real do emissor
$\mathbf{p}_i$	Vetor posição do $i$ -ésimo receptor
$\Delta F$	Diferença de Frequência de Chegada
$V_{r_x}$	Velocidade do receptor em relação ao eixo $x$
$V_{r_y}$	Velocidade do receptor em relação ao eixo $y$
$Q_0$	Matriz de covariância
$\theta$	Ângulo de marcação
$n_i$	Posição do sensor de TOA
$t_i$	Tempo de chegada ao $i$ -ésimo sensor
$TDOA_{2-1}$	Diferença de Tempo de Chegada entre os sensores 1 e 2
$x_i$	Coordenada $x$ do $i$ -ésimo sensor de recepção

$y_i$	Coordenada $y$ do $i$ -ésimo sensor de recepção
$\mathbf{C}$	matriz de covariância
$p(x, y \beta)$	Probabilidade do alvo está no ponto $(x, y)$ dada a medida $\beta$
$\sigma_\theta$	Desvio padrão dos erros das medidas de AOA
$\sigma_f$	Desvio padrão dos erros das medidas de FDOA
$\mathbf{X}_k$	Vetor de estado representando as coordenadas do emissor no tempo $k$
$\mathbf{Z}_k$	Vetor de medidas no tempo $k$
$\mathbf{F}$	Matriz de transição de estado
$\mathbf{H}$	Matriz modelo das medidas
$\mathbf{q}$	Vetor ruído do processo
$\mathbf{r}$	Vetor ruído das medidas
$E[*]$	Operador esperança
$\hat{\mathbf{X}}_k$	Vetor de estado estimado no tempo $k$
$e_k$	Erro entre o estado medido e o estado estimado no tempo $k$
$\mathbf{P}_k$	Matriz de covariância do erro de estimativa
$\mathbf{G}_k$	Ganho do filtro de Kalman
$\mathbf{X}^{(i)}$	$i$ -ésimo ponto sigma

## LISTA DE SIGLAS

AOA	Ângulo de Chegada (do ingl. <i>Angle-of-Arrival</i> )
DD	Doppler Diferencial
EKF	Filtro de Kalman Estendido (do ingl. <i>Extended Kalman Filter</i> )
FDOA	Diferença de Frequência de Chegada (do ingl. <i>Frequency-Difference-of-Arrival</i> )
FS	Espaço de características (do ingl. <i>Feature Space</i> )
GE	Guerra Eletrônica
GHT	Transformada de Hough Generalizada (do ingl. <i>Generalized Hough Transform</i> )
GPS	Sistema de Posicionamento Global (do ingl. <i>Global Positioning System</i> )
KF	Filtro de Kalman (do ingl. <i>Kalman Filter</i> )
LOS	Linha de visada direta (do ingl. <i>Line-Of-Sight</i> )
LS	Mínimos quadrados (do ingl. <i>Least Squares</i> )
MAE	Medidas de Ataque Eletrônico
MAGE	Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica
ML	Verossimilhança máxima (do ingl. <i>Maximum likelihood</i> )
MPE	Medidas de Proteção Eletrônica
PS	Espaço de parâmetros (do ingl. <i>Parameter Space</i> )
RF	Rádio Frequência

RMSE	Erro raiz média quadrática (do ingl. <i>Root Mean Square Error</i> )
RTT	Tempo de Ida e Volta (do ingl. <i>Round Trip Time</i> )
TDOA	Diferença de Tempo de Chegada (do ingl. <i>Time-Difference-of-Arrival</i> )
TLS	Mínimos quadrados total (do ingl. <i>Total Least Squares</i> )
TOA	Tempo de Chegada (do ingl. <i>Time-of-Arrival</i> )
UKF	Filtro de Kalman Sem Rasto <sup>1</sup> (do ingl. <i>Unscented Kalman Filter</i> )

---

<sup>1</sup> Apesar da tradução literal da palavra *unscented* do UKF significar sem cheiro ou sem perfume, neste texto é preferido e utilizado a tradução sem rasto, devido a maneira como o algoritmo estima o estado de um sistema, utilizando um número fixo e finito de pontos de teste.

## RESUMO

Neste trabalho é investigado o problema de localização de alvos baseados apenas em marcações quando as posições do observador são conhecidas, não estando sujeitas a ruído, como também, quando estas mesmas posições estão sujeitas a erros. Os desempenhos dos algoritmos de localização de emissores eletromagnéticos são comparados em cenários táticos navais específicos. Com o intuito de estimar a posição do alvo, são utilizadas apenas as medidas de ângulo de chegada, ou marcação, do sinal transmitido do alvo para o observador.

Assume-se que não apenas as medidas de marcação são corrompidas por ruído mas também a posição exata do observador não é conhecida, os erros de posicionamento sendo modelados como ruído aditivo branco. As simulações são realizadas com a utilização dos algoritmos Mínimos Quadrados (*Least Squares* - LS), Mínimos Quadrados Total (*Total Least Squares* - TLS), do algoritmo baseado na Transformada de Hough Generalizada (*Generalized Hough Transform* - GHT), Filtro de Kalman Sem Rasto (*Unscented Kalman Filter* - UKF) e Minimax, com a finalidade de estimar a posição de um alvo fixo no mar. As medidas de ângulos de chegada são assumidamente feitas por aeronaves tripuladas ou não tripuladas em missões de patrulha.

Adicionalmente, este trabalho apresenta uma interpretação geométrica para alguns destes algoritmos e o desempenho de um critério de seleção de medidas de marcação quando há valores dispersos presentes nas mesmas. A utilização dos algoritmos se mostrou viável para aplicações em cenários navais. No entanto, o algoritmo TLS apresentou resultados mais precisos em relação aos outros na maioria dos testes e o UKF mostrou-se muito dependente de uma estimativa inicial da posição do alvo.



## ABSTRACT

In this work is investigated the bearing-only target localization problem when the observer positions are known, not subject to noise, but also when these same positions are subject to errors. The performances of electromagnetic emitters location algorithms are compared in a few given specific naval tactical scenarios. In order to estimate the target position, only angle of arrival measurements, or bearings, of the transmitted signal from the target to the observer, are used.

It is assumed that not only the bearing measurements are corrupted by noise but also that the exact position of the observer is not known. The simulations are performed using algorithms least squares algorithm (LS), total least squares (TLS), Generalized Hough Transform (GHT), Unscented Kalman Filter (UKF) and Minimax, for the purpose of estimating the position of a fixed target at sea. Angle of arrival measurements are assumedly obtained by manned or unmanned aircrafts.

Additionally, this work presents a geometric interpretation for some of the algorithms and the performance of a criterion for bearing measurements selection when outliers are detected. The use of these algorithms proved to be feasible for applications in naval scenarios. However, the TLS algorithm presented more accurate results than the others did in most of the tests and UKF was very dependent on an initial estimate of the target position.

## 1 INTRODUÇÃO

A localização de fontes de radiofrequência (RF) é de extrema importância em aplicações tanto civis quanto militares, como por exemplo, em comunicações, guerra eletrônica, vigilância, localização e supressão de interferências. Devido ao interesse cada vez maior dos pesquisadores por esta área, há diversos trabalhos na literatura sobre este tema. As principais tarefas de processamento de sinais em sistemas de guerra eletrônica são identificação de ameaças e emissores, associação de sinais, controle dos sensores, controle das contramedidas, interface homem-máquina, fusão de dados e localização do emissor (ADAMY, 2001).

A informação da localização de alvos é necessária para conhecer como as forças inimigas estão dispostas no terreno, com o intuito de avaliar o imediatismo das ameaças e possibilitando o desenvolvimento da ordem eletrônica de batalha, a informação de localização da ameaça pode ser entregue para outras plataformas (ADAMY, 2003). Além disso, os sistemas de comunicações também utilizam amplamente a informação da localização de emissores; como em operações militares, onde ela tem importância vital para rastreamento de pessoal e de outras fontes.

A presente dissertação tem como objetivo o estudo das principais técnicas de localização de um emissor de RF. Tais técnicas podem ser baseadas no tempo de chegada (*Time-of-Arrival* - TOA), na diferença do tempo de chegada (*Time-Difference-of-Arrival* - TDOA), no ângulo de chegada (*Angle-of-Arrival* - AOA) e na diferença da frequência de chegada (*Frequency-Difference-of-Arrival* - FDOA). Objetiva-se também, realizar uma análise comparativa do desempenho de alguns algoritmos de estimação da posição da fonte de RF em alguns cenários específicos. Estes algoritmos utilizam as medidas de AOA, ou marcação, do sinal transmitido do alvo para o observador para estimar a posição do alvo. Essas medidas foram escolhidas porque os equipamentos de guerra eletrônica utilizados na Marinha do Brasil, como o equipamento MAGE (Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica), fornecem tais medidas.

Com o auxílio do método de triangulação, a estimação da localização de alvos é obtida pelo ponto de intersecção das linhas de marcação medidas pelo observador em diferentes posições. Na ausência de erros nas medidas, a intersecção das linhas ocorre em um único ponto; na presença de erros nas medidas de marcação e posição do observador, uma solução ótima para a triangulação é obtida através de métodos estatísticos (DOGANÇAY, 2005).

Uma grande parte dos trabalhos científicos presente na literatura é baseado na assunção de

que a posição exata do observador está disponível. Em um dos primeiros trabalhos realizados para a localização de alvos, (STANSFIELD, 1947), apresentou o estimador mínimos quadrados ponderado (do ingl. *weighted least squares* - WLS). Em RAO e REDDY (1994), foi proposto o algoritmo mínimos quadrados total (do ingl. *total least squares* - TLS). Os estimadores Verossimilhança máxima (do ingl. *Maximum likelihood* - ML), mínimos quadrados (do ingl. *least squares* - LS) e WLS foram comparados em GAVISH e WEISS (1992).

Uma publicação onde o filtro de Kalman é utilizado pela primeira vez com o propósito de localizar alvos está em SPINGARN (1987). Outro algoritmo de localização de emissores foi apresentado em MIKHALEV e ORMONDROYD (2010), o qual é baseado na transformada de Hough e permite que tipos diferentes de dados, tais como, AOA, TDOA e FDOA, possam ser fundidos, melhorando a precisão da localização do alvo. Uma análise da acurácia na localização de um radiotransmissor em um ambiente urbano foi proposto em THOMÉ et al. (2012).

Há estudos que levam em consideração as incertezas na posição do observador, como em DOGANÇAY (2005) onde os algoritmos TLS e ML tiveram seus desempenhos comparados. Erros na posição do observador foram também levados em consideração na comparação dos algoritmos ML, LS, TLS e *weighted total least squares* (WTLS) em VAGHEFI et al. (2010). Em KOSSYK (2015) uma fonte sonora é localizada em um ambiente com reverberação utilizando filtro de partículas, além disso, as estimativas de localização são melhoradas com a utilização de coerência interaural. Um novo algoritmo de localização baseado no filtro de Kalman, o filtro de Kalman Estendido de ganho modificado amortecido (do ingl. *smoothing modified gain extended kalman filter* - sMGEKF) é apresentado em QIAN (2014).

Neste trabalho, os desempenhos dos algoritmos Mínimos Quadrados (*Least Squares* - LS), Mínimos Quadrados Total (*Total Least Squares* - TLS), do algoritmo baseado na Transformada de Hough Generalizada (*Generalized Hough Transform* - GHT), Filtro de Kalman Sem Rasto (*Unscented Kalman Filter* - UKF) e do algoritmo aqui designado Minimax são analisados. Os cenários consistem de um alvo fixo no mar, as medidas de marcação são feitas por navios, aeronaves tripuladas ou não. É assumido que as medidas de marcação do alvo e da posição do observador são corrompidas com ruído. Adicionalmente, este trabalho apresenta uma interpretação geométrica para alguns destes algoritmos, como uma nova função custo para o algoritmo LS que não necessita de nenhum tipo de aproximação para encontrar sua expressão final. Além disso, o desempenho de um critério de seleção de medidas de marcação é apresentado.

## 1.1 MOTIVAÇÃO PARA ESTE ESTUDO

Nos novos cenários da guerra moderna é de vital importância dominar toda a tecnologia que envolve a Guerra Eletrônica (GE). Estimar a localização de um emissor é uma das funções fundamentais dos sistemas de GE. O conhecimento da localização de alvos é útil para diversos fins. Como por exemplo, determinar a disposição de uma força inimiga no teatro de operações navais e os tipos e composições dos emissores desta força.

Em um cenário marítimo, a utilização de um sistema de localização preciso é fundamental. A comparação do desempenho de algoritmos de localização de emissores de RF é importante para definir a precisão de cada um deles. Os mesmos têm grande potencial de aplicação em ambientes marítimos com propagação multipercorso reduzida.

Sendo assim, para um melhor entendimento deste trabalho, é necessário definir alguns conceitos sobre GE. Guerra Eletrônica é qualquer ação que envolva o uso do espectro eletromagnético para negar o uso do mesmo ao inimigo e garantir a utilização deste espectro pelas forças amigas. Ela é dividida em Medidas de Apoio à Guerra Eletrônica (MAGE), Medidas de Ataque Eletrônico (MAE) e Medidas de Proteção Eletrônica (MPE) (NERI, 2001).

As MAGE são conjuntos de ações visando a busca, interceptação, identificação e localização eletrônica das fontes de energia eletromagnética. Os equipamentos MAGE detectam a presença de emissores, determinam sua direção e os identificam comparando as características dos seus sinais emitidos com as características de sinais armazenados no seu banco de dados. As MPE são conjuntos de ações para proteção de equipamentos, pessoal ou instalações. Isto pode ser conseguido através do monitoramento do espectro eletromagnético e controle das emissões (NERI, 2001).

As MAE envolvem as ações para atacar equipamentos, pessoal ou instalações com a intenção de degradar, neutralizar ou destruir a capacidade de combate do inimigo. As MAE são classificadas em dois grupos básicos: MAE não-destrutivas (*soft kill*) e MAE destrutivas (*hard kill*). As MAE não-destrutivas são aquelas que se valem do uso ativo ou passivo do espectro eletromagnético para o ataque eletrônico sem causar nenhum tipo de destruição física ao oponente, como por exemplo, despistamento eletromagnético. As MAE destrutivas são aquelas que causam destruição física ao inimigo, como por exemplo, mísseis antirradiação (ADAMY, 2004).

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A dissertação está estruturada em 5 capítulos. No Capítulo 2, são apresentadas e detalhadas as principais técnicas de localização de emissores de RF.

No Capítulo 3, são apresentados os conceitos e as formulações matemáticas dos algoritmos utilizados para a estimação da posição do alvo. A geometria de localização do alvo em duas dimensões é detalhada. Além disso, é abordado um algoritmo de eliminação de medidas de AOA que apresentam um erro muito grande em relação às demais medidas.

No Capítulo 4, são apresentados os resultados das simulações computacionais do algoritmos implementados em diferentes cenários. Uma análise comparativa dos desempenhos dos mesmos é realizada. Os efeitos da utilização do algoritmo de eliminação de medidas espúrias são apresentados. Assim como, são apresentadas algumas limitações dos algoritmos.

No Capítulo 5, é apresentada a conclusão do trabalho com relação aos resultados obtidos durante as pesquisas e são também incluídas sugestões para trabalhos futuros.

## 2 PRINCIPAIS TÉCNICAS PARA DETERMINAÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DE EMISSORES DE RF

Neste capítulo são abordadas as principais técnicas de localização de emissores de radiofrequência (RF) disponíveis na literatura. As quatro técnicas mais utilizadas para localização de fontes RF baseiam-se na medição de diferentes características do sinal proveniente da fonte de RF (ângulo de chegada, tempo de chegada, diferença do tempo de chegada e diferença da frequência de chegada do sinal recebido). Também existem as técnicas que são combinações dessas, ditas híbridas, que têm como objetivo principal melhorar a precisão da localização da fonte de RF com a aplicação combinada. Entretanto, elas não são abordadas. Foco maior é dado à técnica de ângulo de chegada, objeto do presente trabalho, pois essas medidas estão facilmente disponíveis nos equipamentos MAGE utilizados na Marinha do Brasil.

### 2.1 TEMPO DE CHEGADA (TOA)

Esta técnica pode ser dividida em duas categorias: uma que usa o tempo de propagação do sinal em um único sentido, do emissor para o receptor; e outra que usa o tempo que o sinal leva para percorrer ambos os sentidos, ida e volta (RTT, do ingl. *Round Trip Time*).

A categoria que realiza a medição em um único sentido estima a localização da fonte emissora medindo a diferença entre o instante de tempo ao qual o sinal é transmitido e o instante de chegada ao receptor. Conhecida a diferença entre estes dois instantes e a velocidade de propagação no meio, obtém-se a distância entre o emissor e o receptor. Exige-se que a temporização entre o emissor e receptor estejam perfeitamente sincronizados, pois erros nas medições podem ocorrer caso os relógios apresentem diferença, sendo esta uma das maiores dificuldades desta técnica (MAO e FIDAN, 2009).

Quando dois receptores estão em locais conhecidos e um sinal é transmitido em um tempo conhecido e o tempo de chegada do sinal é medido com precisão em cada local de recepção, então a localização do transmissor é definida pela distância calculada a partir dos dois receptores. No espaço livre, as duas distâncias descrevem circunferências como pode ser observado na FIG. 2.1. A localização do emissor está em um dos dois pontos de interseção das circunferências. Como ambos possuem a mesma probabilidade de localização, há uma

ambiguidade.

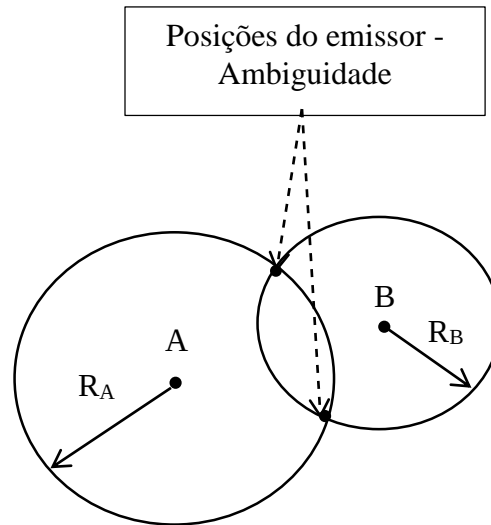


FIG. 2.1 - Localização de Emissor com a técnica TOA.

Esta ambiguidade deve ser resolvida pelo uso de mais receptores. Se três receptores são empregados, na ausência de erros, uma única e precisa estimativa de posição é obtida, sendo este processo chamado de trilateração (em ingl. *tri-lateration*), conforme observado na FIG. 2.2. Sendo que A, B e C são as posições dos sensores e  $R_A$ ,  $R_B$  e  $R_C$  são as distâncias radiais de cada um dos sensores até o emissor.

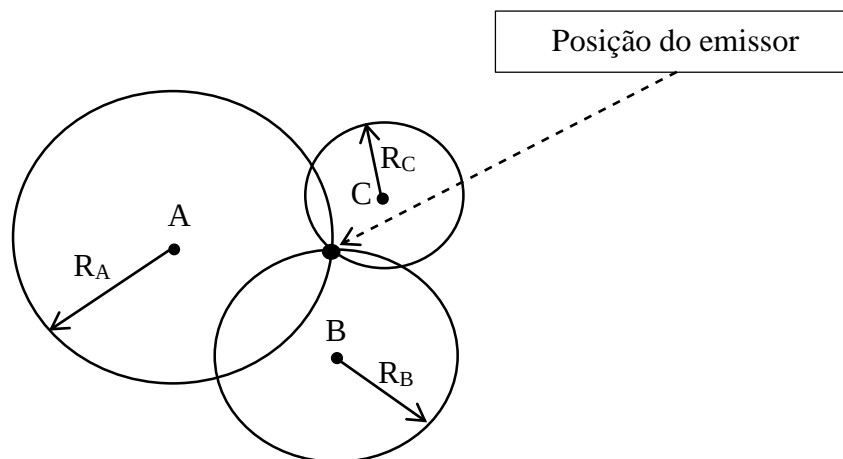


FIG. 2.2 - Trilateração com a técnica TOA.

A outra categoria realiza a medição de tempo de ida e volta que um sinal leva para percorrer uma determinada distância. Ela requer a utilização de dois sensores, um em cada extremo do elo de comunicação. Quando um sensor envia um sinal, ativa ao mesmo tempo um contador que mede o valor do RTT. Como a medição de tempo é local, não há necessidade de sincronismo.

## 2.2 DIFERENÇA DO TEMPO DE CHEGADA (TDOA)

A técnica TDOA usa a diferença no tempo em que um sinal chega a vários receptores. Cada medida TDOA produz uma curva hiperbólica gerando um conjunto de posições possíveis. As hipérbolas são desenhadas para cada par de sensores e a interseção de duas ou mais hipérbolas determina a posição do emissor (POISEL, 2012). A FIG. 2.3 apresenta dois receptores recebendo um sinal de um transmissor fixo.

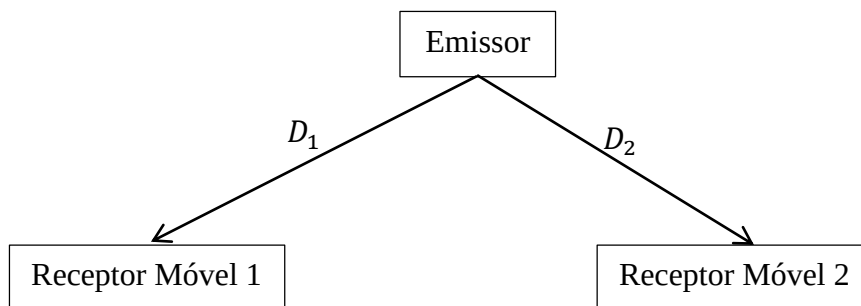


FIG. 2.3 - Localização de Emissor com a técnica TDOA.

As distâncias podem ser expressas como na Eq. (2.1), onde  $c$  é a velocidade de propagação do sinal, assumida como a velocidade da luz, e  $t_i$  é o tempo entre o momento em que o sinal sai do emissor e quando ele chega ao receptor.

$$D_i = ct_i \quad (2.1)$$

A diferença de tempo entre o momento em que o sinal chega a um receptor e o outro é dada por:



$$TDOA_{2-1} = \tau = t_2 - t_1 = \frac{1}{c} (D_2 - D_1) \quad (2.2)$$

Sendo que as distâncias são calculadas da seguinte maneira:

$$D_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}, \quad i = 1 \text{ e } 2. \quad (2.3)$$

Segue que:

$$D_2 - D_1 = \tau * c \quad (2.4)$$

$$\sqrt{(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2} - \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} = \tau * c \quad (2.5)$$

onde:

$(x_1, y_1)$  é a posição do receptor 1;

$(x_2, y_2)$  é a posição do receptor 2;

$(x, y)$  é a posição do transmissor que está sendo estimada;

$D_1$  é a distância entre o receptor 1 e o emissor;

$D_2$  é a distância entre o receptor 2 e o emissor; e

$TDOA_{2-1}$  é a diferença de tempo de chegada entre os sensores 1 e 2.

As curvas hiperbólicas são geradas para cada par de sensores e a interseção de duas ou mais delas determina a posição do emissor. A FIG. 2.4 ilustra este processo.

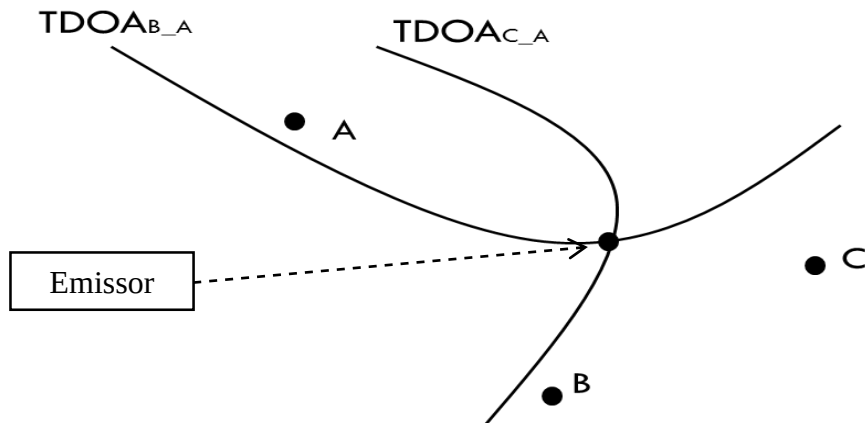


FIG. 2.4 - Interseção de hipérboles - TDOA.

### 2.3 ÂNGULO DE CHEGADA (AOA)

O ângulo de chegada (AOA, do ingl. *Angle-Of-Arrival*) de um sinal, ou sua linha de marcação, é um parâmetro frequentemente utilizado para determinar a localização de um emissor através da triangulação. A triangulação é um modelo clássico para localização de emissores que envolve o uso de sistemas de recepção localizados em posições distintas, cada um destes receptores deve ser capaz de determinar o AOA do sinal do emissor, gerando a informação de linha de marcação ou ângulo de chegada (ADAMY, 2009).

As FIG. 2.5 e 2.6 apresentam como o AOA é usado para triangular a posição de um emissor, utilizando dois e três receptores, respectivamente. Na ausência de erros de medição, a posição do emissor verdadeiro corresponde à intersecção dessas linhas de marcação. Triangulação é a denominação aplicada à estimativa de uma posição fixa pelo cálculo do ponto mais provável para o alvo, dada a intersecção de duas ou mais linhas de marcação de sensores em locais conhecidos. Triangulação pode ser implementada com o auxílio de vários tipos de plataformas, incluindo aviões, navios e veículos terrestres (POISEL, 2012).

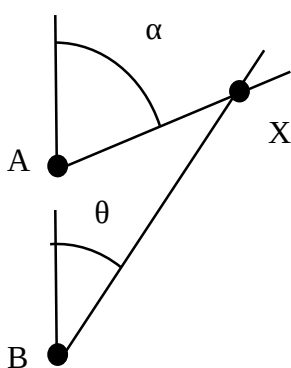


FIG. 2.5- Triangulação utilizando dois receptores

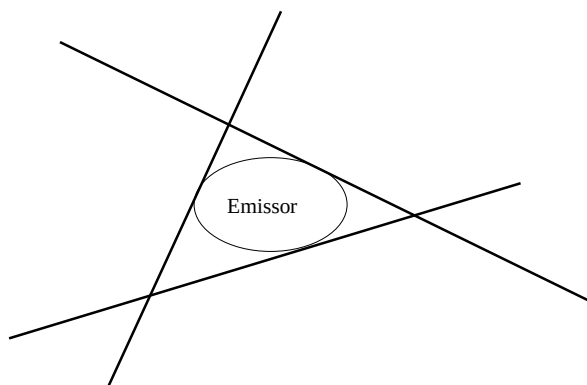


FIG. 2.6 - Triangulação utilizando três receptores.

Na presença de ruído nas medidas, a intersecção de linhas de marcação erradas dá origem a uma estimativa de posição incorreta. Neste caso, é improvável que mais de duas linhas de marcação se interceptem em um único ponto, sendo assim, estimadores estatísticos devem ser utilizados para fornecerem uma estimativa da posição do emissor.

Um grande problema na localização de emissores é que a propagação de ondas de rádio é muito complexa, geralmente sofrendo propagação por múltiplos caminhos devido à reflexão

em construções e no solo, assim como a dispersão de objetos cujas dimensões são da ordem do comprimento de onda do sinal. Muitas vezes, o sinal que chega aos sensores não é de visada direta (LOS, do ingl. *Line Of Sight*) com o emissor; e em alguns ambientes essa má propagação pode piorar nos chamados "cânions urbanos" devido à presença de ruas retas, alinhadas com prédios altos que atuam como "guias de onda" para o sinal de RF. Este, e outros efeitos tais como sombreamento devem ser levados em consideração para descrever o ambiente entre o emissor alvo e o receptor de vigilância (CAFFERY e STUBER, 1999). Sendo assim, o uso do AOA apresenta melhores resultados em ambientes abertos em detrimento de ambientes urbanos ou fechados.

#### 2.4 DIFERENÇA DA FREQUÊNCIA DE CHEGADA (FDOA)

A técnica FDOA é capaz de realizar a localização do emissor através da medida da diferença das frequências recebidas em dois receptores móveis oriundas de um único transmissor, o qual normalmente não é móvel. Esta técnica também é conhecida como Doppler Diferencial (DD) porque a diferença na frequência recebida é causada pelo deslocamento Doppler. A FIG. 2.7 apresenta um receptor móvel recebendo um sinal de um transmissor fixo. A frequência do sinal recebido é dada pela expressão:

$$F_R = F_T \left[ 1 + \frac{V_R \cos(\theta)}{c} \right] \quad (2.6)$$

onde:

$F_R$  = frequência recebida;

$F_T$  = frequência transmitida;

$V_R$  = velocidade do receptor;

$\theta$  = ângulo entre o vetor velocidade do receptor e o transmissor; e

$c$  = velocidade da luz.

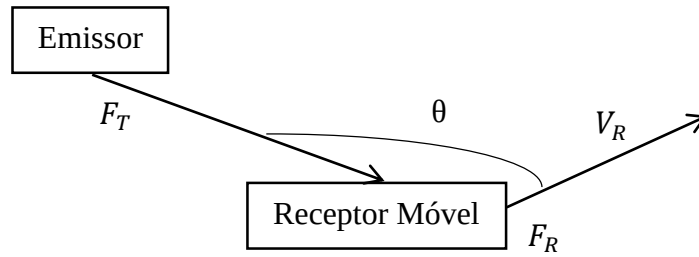


FIG. 2.7 - Frequência recebida por um receptor móvel.

A FIG. 2.8 apresenta dois receptores recebendo o mesmo sinal de posições diferentes. A diferença entre as duas frequências recebidas " $\Delta F$ " é dada pela expressão:

$$\Delta F = \frac{F_T}{c} [V_2 \cos(\theta_2) - V_1 \cos(\theta_1)] \quad (2.7)$$

De acordo com MIKHALEV (2007), considerando os eixos coordenados x-y, tem-se uma diferença de frequências dada por:

$$\Delta F = \frac{F_T}{c} \left\{ \frac{V_{x_{r_1}}(x - x_{r_1}) + V_{y_{r_1}}(y - y_{r_1})}{\sqrt{(x - x_{r_1})^2 + (y - y_{r_1})^2}} - \frac{V_{x_{r_2}}(x - x_{r_2}) + V_{y_{r_2}}(y - y_{r_2})}{\sqrt{(x - x_{r_2})^2 + (y - y_{r_2})^2}} \right\} \quad (2.8)$$

onde:

$(x_{r_1}, y_{r_1})$  é a posição do receptor 1;

$(x_{r_2}, y_{r_2})$  é a posição do receptor 2;

$(x, y)$  é a posição do transmissor que está sendo estimada;

$V_{x_{r_1}}$  é a velocidade do receptor 1 em relação ao eixo x;

$V_{y_{r_1}}$  é a velocidade do receptor 1 em relação ao eixo y;

$V_{x_{r_2}}$  é a velocidade do receptor 2 em relação ao eixo x;

$V_{y_{r_2}}$  é a velocidade do receptor 2 em relação ao eixo y.

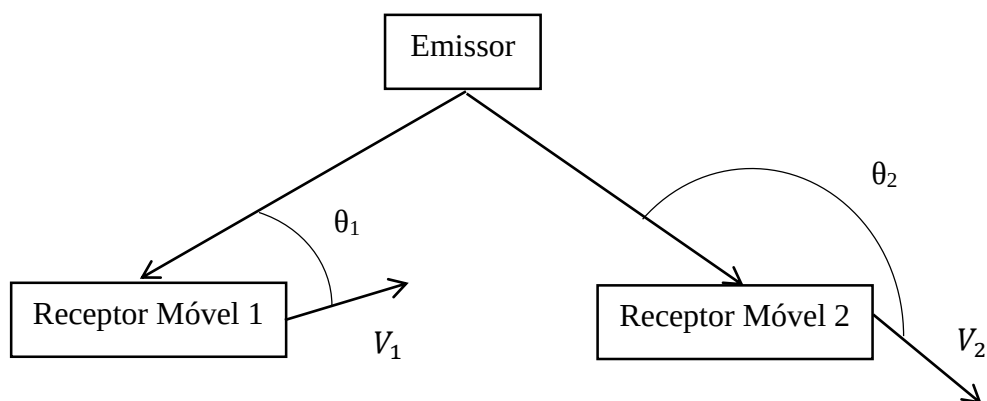


FIG. 2.8 - Frequências recebidas por dois receptores móveis.

Desta maneira é formada uma superfície tridimensional curva que define todas as possíveis localizações do transmissor, as quais produzem a diferença de frequências medida sob as condições existentes. A intersecção destas curvas para o valor apropriado de “ $\Delta F$ ” produz a geolocalização estimada para o emissor, mas com apenas dois sensores existe uma ambiguidade esquerda-direita, como visto na FIG. 2.9 (POISEL, 2012).

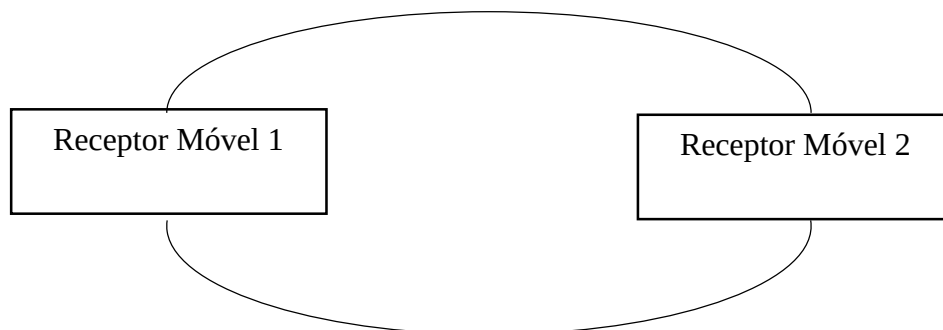


FIG. 2.9 - Contorno DD com ambiguidade esquerda-direita.

Com a adição de um terceiro sensor pode-se resolver a ambiguidade e produzir uma solução única, como mostrado na FIG. 2.10.

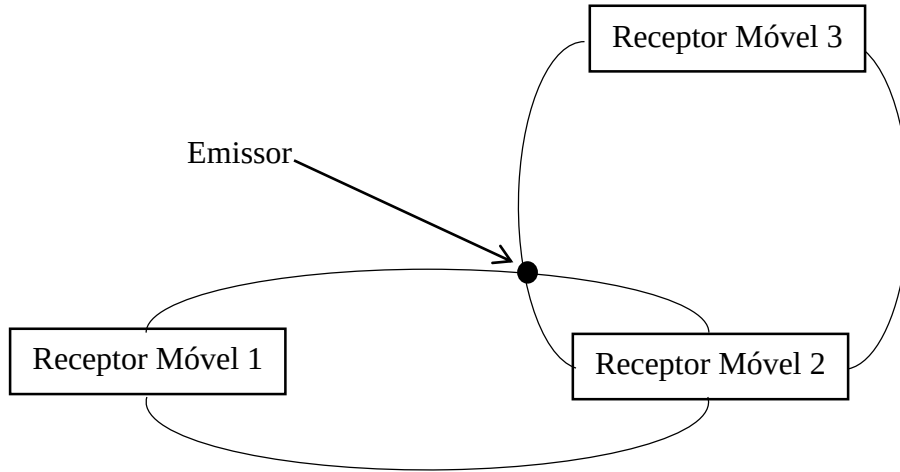


FIG. 2.10 - Localização do emissor por três sensores.

### 3 ALGORITMOS DE LOCALIZAÇÃO

Este capítulo aborda alguns algoritmos para os problemas de estimação da localização de uma fonte emissora de RF que utilizam somente medidas de marcação para localizar o emissor. Contempla ainda o modelo de localização do alvo em duas dimensões.

#### 3.1 GEOMETRIA DO PROBLEMA

A geometria de localização do alvo em duas dimensões é apresentada na FIG. 3.1. Assume-se neste trabalho que medidas de marcação são utilizadas na localização de um alvo. Seja  $\mathbf{a} = [a_x, a_y]^T$  as coordenadas a serem estimadas do alvo. O observador coleta as medidas de marcação em  $L$  pontos distintos, cujas coordenadas são representadas por  $\mathbf{p}_i = [p_{x_i}, p_{y_i}]^T$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ .

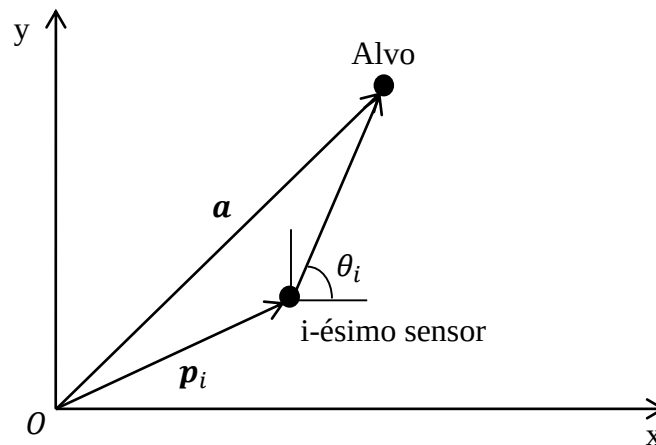


FIG. 3.1 - Geometria da localização de alvos em duas dimensões.

A relação entre o ângulo de marcação, a posição do alvo e as posições do observador na ausência de ruído é dada pela equação não linear a seguir:

$$\theta_i = \tan^{-1} \left( \frac{a_y - p_{y_i}}{a_x - p_{x_i}} \right). \quad (3.1)$$

É assumido neste trabalho que as medidas de marcação possuem erros modelados por ruído aditivo:

$$\tilde{\theta}_i = \theta_i + n_i, \quad n_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2) \quad (3.2)$$

onde  $n_i$  é uma variável aleatória gaussiana com média zero e variância  $\sigma_i^2$ .

Assume-se que as medidas das posições do observador também estão sujeitas a ruído:

$$\tilde{\mathbf{p}}_i = \mathbf{p}_i + \mathbf{n}_i, \quad \mathbf{n}_i \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{C}) \quad (3.3)$$

onde  $\mathbf{C}$  é matriz de covariância e os erros nas coordenadas  $x$  e  $y$  são independentes.

### 3.2 TRANSFORMADA DE HOUGH GENERALIZADA (GHT)

A estimativa da posição do emissor pode ser obtida através de um algoritmo baseado na transformada de Hough (HOUGH, 1962). A GHT (do ingl. *Generalized Hough Transform*) é uma transformação matemática que mapeia pontos do espaço de características (do ingl. *Feature Space* - FS), ou entrada, em curvas no espaço de parâmetros (do ingl. *Parameter Space* - PS). Muitas aplicações em reconhecimento de imagem usa a GHT para a detecção de diferentes tipos de imagens, como linhas retas, círculos, elipses, entre outras. Em NI et al. (2016) a GHT é utilizada para a detecção e contagem de objetos circulares sobrepostos em uma imagem. Ela foi utilizada na eliminação de detecções fantasmas em acompanhamento de alvos utilizando fusão de dados multi-sensores em ALEXIEV e BOJLOV (2000). Em robótica e automação, a GHT é utilizada para estimar o posicionamento de robôs em diferentes ambientes, como pode ser observado em CHAN e TAM (1994) e SCHIELE e CROWLEY (1994). A localização de alvos humanos utilizando a transformada de Hough é apresentada em DING et al. (2016).

O algoritmo de localização de emissores de RF, baseado na transformada de Hough, estima a posição do alvo realizando os seguintes passos (MIKHALEV e ORMONDROYD, 2006):

1. Cria-se uma tabela fixa, ou grade, com os parâmetros  $(x,y)$  que precisam ser estimados;
2. Em cada ponto da tabela, a probabilidade condicional é avaliada,  $p(x, y|\beta)$ , dada a medida  $\beta$ . O resultado é acumulado na matriz  $A$ :

$$A(x, y) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L p(x, y|\beta_l)$$



onde  $\beta_l$  é a l-ésima medida de um total de L;

3. A estimativa é tomada como a posição da tabela correspondente ao pico da probabilidade acumulada.

A FIG. 3.2 apresenta um exemplo de gráfico obtido pela matriz acumulada. Pode-se notar como a transformada de Hough mostra as linhas de marcação prováveis e o pico ocorre onde as linhas de marcação prováveis se interceptam. O valor máximo da curva corresponde à posição mais provável do emissor.

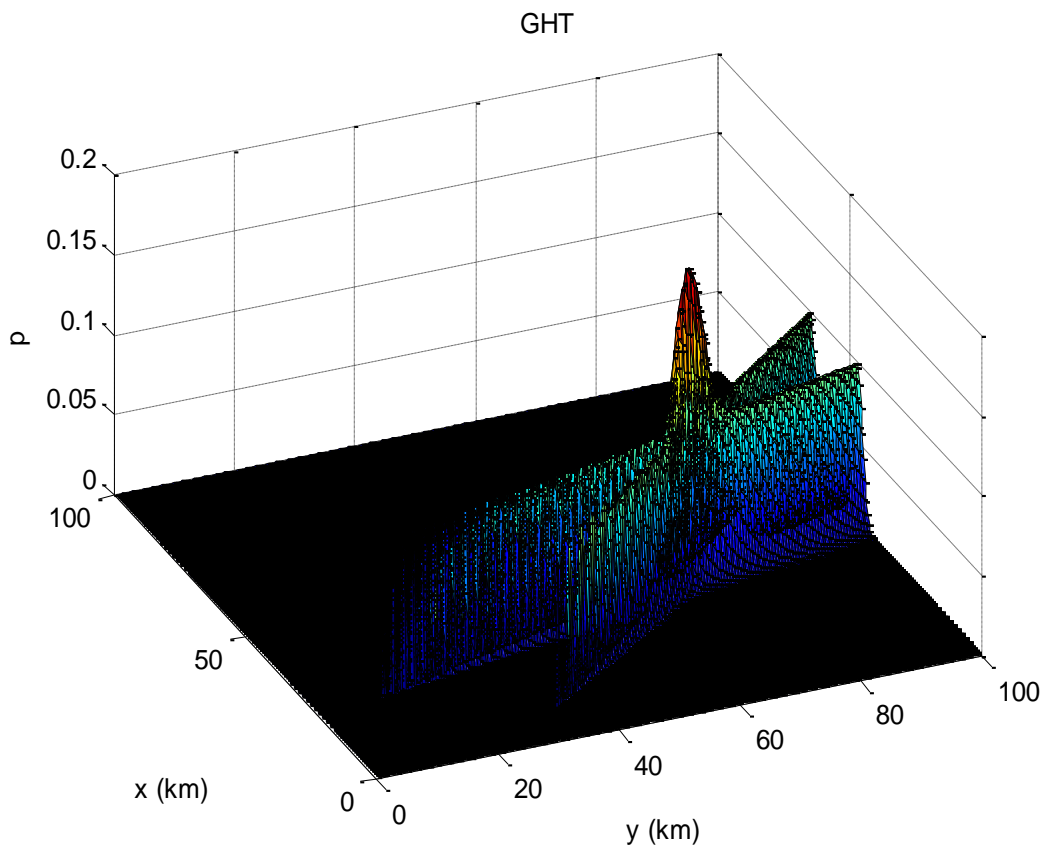


FIG. 3.2 - Espaço Parametrizado Tri-dimensional.

### 3.2.1 APLICAÇÃO DA GHT EM MEDIDAS DE AOA

Com o intuito de estimar a posição do alvo utilizando-se o algoritmo GHT, com medidas de marcação, considera-se um emissor fixo e L receptores, fixos ou móveis, capazes de medir o AOA do sinal emitido pelo alvo; é também assumido que os erros nas medidas de AOA são

Gaussianos. Sendo assim, a matriz acumulada é dada por (MIKHALEV e ORMONDROYD, 2007):

$$A_{AOA}(x, y) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \frac{e^{-\frac{(\theta_{c_i} - \theta_i)^2}{\sigma_{\theta_i}^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta_i}} \quad (3.4)$$

onde:

$\theta_i$  é o ângulo de chegada medido pelo i-ésimo receptor;

$\theta_{c_i} = \tan^{-1}\left(\frac{y-y_i}{x-x_i}\right)$  é o ângulo de chegada calculado pelo i-ésimo receptor no ponto  $(x_i, y_i)$  ao ponto  $(x, y)$ ;

$(x, y)$  é um ponto na grade do espaço de busca representado uma possível posição do receptor;

$\sigma_{\theta_i}$  é o desvio padrão dos erros das medidas de AOA para cada receptor.

O espaço de busca é dividido em uma grade regular e  $(x, y)$  é restrito a estar em um destes pontos; a probabilidade condicional é avaliada em cada um destes pontos da grade.

### 3.2.2 APLICAÇÃO DA GHT EM MEDIDAS DE FDOA

Com a finalidade de estimar a posição do alvo utilizando-se o algoritmo GHT, com medidas de FDOA, considera-se um emissor fixo e L receptores móveis capazes de medir a FDOA  $f_{d_i}$  entre os dois receptores separados espacialmente,  $r_1$  e  $r_i$ , do sinal emitido pelo alvo; assume-se também que os erros nas medidas de FDOA são Gaussianos. Sendo assim, a matriz acumulada é dada por (MIKHALEV e ORMONDROYD, 2007):

$$A_{FDOA}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=2}^N \frac{e^{-\frac{(\Delta_{i,1} - f_{d_i})^2}{\sigma_{f_d}^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{f_d}} \quad (3.5)$$

onde:

$$\Delta_{i,1} = \frac{F_T}{c} \left\{ \frac{V_{x_{r_1}}(x-x_{r_1}) + V_{y_{r_1}}(y-y_{r_1})}{\sqrt{(x-x_{r_1})^2 + (y-y_{r_1})^2}} - \frac{V_{x_{r_i}}(x-x_{r_i}) + V_{y_{r_i}}(y-y_{r_i})}{\sqrt{(x-x_{r_i})^2 + (y-y_{r_i})^2}} \right\}$$

é a diferença de frequência de chegada entre o receptor 1 e o receptor “i” calculada, sendo que  $i = 2, 3, \dots, L$ ;

$f_{d_i}$  é a diferença de frequência de chegada entre o receptor 1 e o receptor “i” medida, sendo que  $i = 2, 3, \dots, L$ ;

$\sigma_{f_d}$  é o desvio padrão dos erros das medidas de FDOA;

$F_T$  é a frequência da portadora do sinal emitido de interesse ;

$c$  é a velocidade da luz;

$(x_{r_i}, y_{r_i})$  é a posição do i-ésimo receptor nos instante da medição; e

$(x, y)$  é um ponto na grade do espaço de busca representado uma possível posição do receptor.

### 3.2.3 APLICAÇÃO DA GHT EM FUSÃO DE MEDIDAS DE AOA E FDOA

Como os dados dos sensores são transformados em probabilidades condicionais e estão em um único espaço parametrizado, é possível fundir os dados do sensor de AOA com os dados do sensor de FDOA (MIKHALEV e ORMONDROYD, 2007).

$$A(x, y) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \frac{e^{-\frac{(\theta_e - \theta_l)^2}{\sigma_{\theta_l}^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\theta_l}} + \frac{1}{N} \sum_{i=2}^N \frac{e^{-\frac{(\Delta_{i,1} - f_{d_i})^2}{\sigma_{f_d}^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma_{f_d}} \quad (3.6)$$

## 3.3 FILTROS DE KALMAN

Em KALMAN (1960) foi apresentado um filtro preditivo recursivo baseado na utilização de técnicas de estado e algoritmos recursivos, revolucionando o campo da estimação, o Filtro de Kalman (*Kalman Filter* - KF). Desde então, o KF passou a ser utilizado em inúmeras aplicações como na indústria militar, aeroespacial, navegação marítima, sistemas de localização e posicionamento, entre outras.

O KF é um método matemático recursivo, composto por um conjunto de equações, que estima o estado de um sistema linear a partir de uma série de medições de grandezas realizadas ao longo do tempo. Tais medidas são contaminadas com ruído. O fato do filtro ser recursivo significa que apenas a estimativa do estado no passo anterior e a medição atual são necessárias para computar a estimativa do estado atual. As equações do filtro de Kalman são:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_k &= F\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{q}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k &= H\mathbf{X}_k + \mathbf{r}_k\end{aligned}\tag{3.7}$$

onde:

$\mathbf{X}_k = [x_k, y_k]^T \in \mathbb{R}^2$  vetor de estado representando as coordenadas do emissor no tempo  $k$ ;

$\mathbf{Z}_k \in \mathbb{R}^L$  é o vetor de medidas no tempo  $k$ ;

$F$  é a matriz  $2 \times 2$  de transição de estado;

$H$  é a matriz  $L \times 2$  modelo das medidas;

$\mathbf{q}_{k-1} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_{k-1})$  é o vetor ruído do processo; e

$\mathbf{r}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k)$  é o vetor ruído das medidas.

Os ruídos do processo e da medição são independentes entre si e são denominados ruídos brancos e com distribuição de probabilidade normal. Associado ao ruído do processo é definida a matriz  $\mathbf{Q}$ , como sendo a covariância de  $\mathbf{q}$ ; e associado ao ruído das medidas é definida a matriz  $\mathbf{R}$  referente à covariância de  $\mathbf{r}$ . Ambos os ruídos apresentam distribuição de probabilidade normal. A matriz de covariância  $\mathbf{Q}$  representa a medida da confiança no modelo dinâmico utilizado pelo filtro de Kalman, sendo que quanto maior a confiabilidade no modelo, menor os valores das componentes da matriz. De maneira análoga, a matriz  $\mathbf{R}$  do modelo de observação representa a medida da confiança nas observações do processo, ou seja, quanto maior for a confiabilidade nas medidas das variáveis do processo, menor os valores das componentes da matriz  $\mathbf{R}$  (SPINGARN, 1987).

O KF tem por objetivo principal minimizar a função custo da média dos quadrados dos erros de estimação (Minimum Mean Square Error - MMSE), ou seja, minimizar a variância dos estados estimados do sistema dinâmico linear. A função MMSE é utilizada porque possui um mínimo global que representa a mínima covariância dos estados estimados, além de possuir uma convergência rápida, sendo representada por (HEIJDEN et al., 2004):

$$J_k = E \left[ (\mathbf{X}_k - \widehat{\mathbf{X}}_k)^2 \right] = E[\mathbf{e}_k^2] \quad (3.8)$$

onde:

$E$  representa o operador esperança;

$\mathbf{X}_k$  representa o vetor de estado do sistema no tempo  $k$ ;

$\widehat{\mathbf{X}}_k$  representa o vetor de estado estimado do sistema no tempo  $k$ ; e

$\mathbf{e}_k$  representa o erro entre o estado medido e o estado estimado.

Utilizando-se  $k - 1$  medidas, obtém-se uma estimativa *a priori* do estado, no passo  $k$ , este estado é denotado por  $\widehat{\mathbf{X}}_k^-$ . Esta estimativa do estado é então refinada quando a medida  $k$  tenha sido tomada. O valor refinado é a estimativa *a posteriori* do estado  $\widehat{\mathbf{X}}_k$ . As estimativas dos erros *a priori* e *a posteriori* são dados a seguir:

$$\mathbf{e}_k^- = \mathbf{X}_k - \widehat{\mathbf{X}}_k^- \quad (3.9)$$

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{X}_k - \widehat{\mathbf{X}}_k \quad (3.10)$$

As correspondentes covariâncias dos erros de estimativas *a priori* e *a posteriori* são dadas a seguir:

$$\mathbf{P}_k^- = E[\mathbf{e}_k^- \mathbf{e}_k^{-\top}] \quad (3.11)$$

$$\mathbf{P}_k = E[\mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^\top] \quad (3.12)$$

Com o intuito de obter um valor ótimo do estado estimado,  $\widehat{\mathbf{X}}_k$ , são utilizados o Teorema do Estimador da Média Condicional e o Teorema do Princípio da Ortogonalidade, tomados a partir da teoria de processos estocásticos:

*Teorema 1* - Estimador da Média Condicional: se para um processo estocástico,  $\mathbf{X}_k$  e  $\mathbf{Z}_k$  são conjuntamente gaussianos, então o estado ótimo  $\widehat{\mathbf{X}}_k$  que minimiza a função da média do erro quadrático  $J_k$  é o estimador da média condicional (HAYKIN, 2001):

$$\widehat{\mathbf{X}}_k = E[\mathbf{X}_k | \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_k]. \quad (3.13)$$

*Teorema 2* - Princípio da Ortogonalidade: seja o processo estocástico onde  $\mathbf{X}_k$  é um vetor aleatório estimado com base nas observações  $\mathbf{Z}_k$ , então o estado estimado  $\widehat{\mathbf{X}}_k$  é a projeção

ortogonal sobre o espaço dos valores observados  $\mathbf{Z}_k$ . Sendo assim, tem-se (HAYKIN, 2001):

$$E[(\mathbf{X}_k - \widehat{\mathbf{X}}_k)\mathbf{Z}_i^T] = 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, k-1. \quad (3.14)$$

Pode-se expressar a estimativa a posteriori  $\widehat{\mathbf{X}}_k$  como uma combinação linear da estimativa *a priori* e a nova medição, como:

$$\widehat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{G}_k^{(1)}\widehat{\mathbf{X}}_k^- + \mathbf{G}_k\mathbf{Z}_k \quad (3.15)$$

onde  $\mathbf{G}_k^{(1)}$  e  $\mathbf{G}_k$  são denominados fatores multiplicadores de matriz.

Aplicando o Teorema da Ortogonalidade, obtém-se:

$$E[\mathbf{e}_k\mathbf{Z}_i^T] = 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, k-1 \quad (3.16)$$

Substituindo as Eqs. (3.7), (3.10) e (3.15) na Eq. (3.16), tem-se:

$$E\left[(\mathbf{X}_k - \mathbf{G}_k^{(1)}\widehat{\mathbf{X}}_k^- - \mathbf{G}_k\mathbf{H}_k\mathbf{X}_k - \mathbf{G}_k\mathbf{r}_k)\mathbf{Z}_i^T\right] = 0 \text{ para } i = 1, 2, \dots, k-1 \quad (3.17)$$

Como os ruídos de processo,  $\mathbf{q}_k$ , e das medidas,  $\mathbf{r}_k$ , são variáveis aleatórias e não correlacionados:

$$E[\mathbf{q}_k\mathbf{Z}_i^T] = 0 \quad (3.18)$$

$$E[\mathbf{r}_k\mathbf{Z}_i^T] = 0 \quad (3.19)$$

Sendo assim, segue que:

$$E\left[(\mathbf{I} - \mathbf{G}_k\mathbf{H}_k - \mathbf{G}_k^{(1)})\mathbf{X}_k\mathbf{Z}_i^T + \mathbf{G}_k^{(1)}(\mathbf{X}_k - \widehat{\mathbf{X}}_k^-)\mathbf{Z}_i^T\right] = 0, \quad (3.20)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade.

Do Princípio da Ortogonalidade,  $E[(\mathbf{X}_k - \widehat{\mathbf{X}}_k^-)\mathbf{Z}_i^T] = 0$ , e após algumas simplificações, obtém-se (HAYKIN, 2001):

$$(\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k - \mathbf{G}_k^{(1)}) \mathbb{E}[\mathbf{X}_k \mathbf{Z}_k^T] = 0, \quad (3.21)$$

Os vetores de estado e observações podem ter valores arbitrários, então a equação acima é apenas satisfeita se:

$$\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k - \mathbf{G}_k^{(1)} = 0, \quad (3.22)$$

$$\mathbf{G}_k^{(1)} = \mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k, \quad (3.23)$$

Substituindo a Eq. (3.23) na Eq. (3.15), tem-se:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_k^- + \mathbf{G}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k^-), \quad (3.24)$$

onde o fator,  $\mathbf{G}_k$ , é ganho do filtro de Kalman e ele é utilizado para minimizar a matriz de covariância do erro *a posteriori*.

A diferença residual,  $\tilde{\mathbf{Z}}_k = (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k^-)$ , é a medida da discrepância entre a medida predita,  $\mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k^-$ , e a medida atual,  $\mathbf{Z}_k$ , segue que:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{Z}}_k &= \mathbf{Z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k^- \\ \tilde{\mathbf{Z}}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{r}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_k^- \\ \tilde{\mathbf{Z}}_k &= \mathbf{H}_k \mathbf{e}_k^- + \mathbf{r}_k \end{aligned} \quad (3.25)$$

Com base no diferença residual e no princípio da ortogonalidade, tem-se:

$$\mathbb{E}[(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k) \tilde{\mathbf{Z}}_k^T] = 0 \quad (3.26)$$

Utilizando as Eq. (3.7) e (3.24), tem-se:

$$\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{e}_k^- - \mathbf{G}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{e}_k^- + \mathbf{r}_k) \quad (3.27)$$

$$\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{e}_k^- - \mathbf{G}_k \mathbf{r}_k \quad (3.28)$$

Substituindo as Eq. (3.25) e (3.28) na Eq. (3.26), tem-se:

$$E\{[(\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{e}_k^- - \mathbf{G}_k \mathbf{r}_k](\mathbf{H}_k \mathbf{e}_k^- + \mathbf{r}_k)^\top\} = 0 \quad (3.29)$$

Como o ruído das medidas,  $\mathbf{r}_k$ , é independente do estado,  $\mathbf{X}_k$ , e do erro de estimação,  $\mathbf{e}_k^-$ , a equação acima reduz-se a:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) E[\mathbf{e}_k^- (\mathbf{e}_k^-)^\top] \mathbf{H}_k^\top - \mathbf{G}_k E[\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^\top] = 0 \quad (3.30)$$

Utilizando-se a Eq. (3.11) e sabendo que  $E[\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^\top] = \mathbf{R}_k$ , tem-se:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^\top - \mathbf{G}_k \mathbf{R}_k = 0 \quad (3.31)$$

Resolvendo esta equação para  $\mathbf{G}_k$ , encontra-se o ganho do filtro de Kalman:

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^\top (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^\top + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.32)$$

Agora é necessário considerar a propagação da covariância do erro de estimação com o decorrer do tempo. A matriz de covariância *a posteriori* é definida por:

$$\mathbf{P}_k = E[\mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^\top] = E[(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k)^\top] \quad (3.33)$$

Substituindo a Eq. (3.28) na Eq. (3.33), tem-se:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) E[\mathbf{e}_k^- \mathbf{e}_k^{-\top}] (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k)^\top + \mathbf{G}_k E[\mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^\top] \mathbf{G}_k^\top \quad (3.34)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k)^\top + \mathbf{G}_k \mathbf{R}_k \mathbf{G}_k^\top \quad (3.35)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (3.36)$$

Para um segundo estágio da propagação da covariância do erro de estimação, sabe-se que a estimativa do estado *a priori* é definida em termos de uma estimativa *a posteriori* anterior, como a seguir:



$$\hat{\mathbf{X}}_k^- = \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (3.37)$$

Da equação do erro de estimativa *a priori* tem-se que:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k^- &= \mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_k^- \\ \mathbf{e}_k^- &= \mathbf{F}_k \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{q}_{k-1} - \mathbf{F}_k \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \\ \mathbf{e}_k^- &= \mathbf{F}_k (\mathbf{X}_{k-1} - \hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \mathbf{q}_{k-1} \\ \mathbf{e}_k^- &= \mathbf{F}_k \mathbf{e}_{k-1} + \mathbf{q}_{k-1} \end{aligned} \quad (3.38)$$

Sendo assim, a matriz de covariância *a priori* pode ser representada como:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_k^- &= \mathbb{E}[\mathbf{e}_k^- \mathbf{e}_k^{-\top}] \\ \mathbf{P}_k^- &= \mathbf{F}_k \mathbb{E}[\mathbf{e}_{k-1} \mathbf{e}_{k-1}^\top] \mathbf{F}_k^\top + \mathbb{E}[\mathbf{q}_{k-1} \mathbf{q}_{k-1}^\top] \\ \mathbf{P}_k^- &= \mathbf{F}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}_k^\top + \mathbf{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (3.39)$$

O filtro de Kalman é dividido em duas fases, sendo a primeira denominada Fase de Predição, onde faz-se uma estimativa *a priori* do próximo estado do sistema, utilizando-se medidas até o instante de tempo anterior. A segunda é a Fase de Atualização, onde a estimativa *a priori* é combinada com a observação, ou medida, atual para refinar a estimativa do estado. As equações do KF para ambas as fases estão a seguir (HAYKIN, 2001):

Fase de Predição

$$\hat{\mathbf{X}}_k^- = \mathbf{F} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (3.40)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{F}^\top + \mathbf{Q} \quad (3.41)$$

Fase de Atualização

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{X}}_k^- + \mathbf{G}_k (\mathbf{Z}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{X}}_k^-) \quad (3.42)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{G}_k \mathbf{H}) \mathbf{P}_k^- \quad (3.43)$$

$$\mathbf{G}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^\top (\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^\top + \mathbf{R})^{-1} \quad (3.44)$$

### 3.3.1 FILTRO DE KALMAN SEM RASTO (UKF)

Em muitas aplicações, as equações dos sistemas dinâmicos de interesse não são lineares

por natureza, de modo que o filtro de Kalman tradicional não pode ser aplicado para estimar o estado de um tal sistema. Neste tipo de sistemas, as equações dinâmicas e de observação podem ser ambas não-lineares, ou apenas uma delas. Nestes casos, variações do filtro de Kalman são necessárias, como o filtro de Kalman Estendido (do ingl. *Extended Kalman Filter*) e o filtro de Kalman Sem Rasto (do ingl. *Unscented Kalman Filter - UKF*) (SIMON, 2010). O EKF se baseia nas aproximações das séries de Taylor da distribuição conjunta do estado e das medidas do sistema; o UKF se baseia na transformação conhecida como sem odor (*unscented*) da distribuição conjunta (WAN e MERWE, 2000).

O uso do EKF tem os seguintes inconvenientes: a linearização pode produzir filtros altamente instáveis se as suposições de linearidade local é violada; e a derivação das matrizes Jacobianas não é trivial na maioria das aplicações e, muitas vezes, levam a dificuldades de implementações significativas. Com a utilização do UKF, não há necessidade de realizar o passo de linearização e também as matrizes Jacobianas e Hessianas não são necessárias, de modo que o procedimento de estimação é, em geral, mais fácil e menos propenso a erros. Por isso o algoritmo tem propriedades de implementação e desempenho superiores ao EKF (WAN e MERWE, 2000).

A localização de emissor pode ser estimada também através de um algoritmo recursivo como o UKF, como proposto primeiramente por JULIER e UHLMANN (1997). Este algoritmo de estimação de estado foi projetado para aplicações não-lineares; a ideia básica dele consiste em gerar um número fixo de pontos de teste, ou pontos sigma, de tal modo que a sua distribuição tenha média e covariância iguais à estimativa do estado atual. Em seguida, estes pontos são propagados através da função não linear e uma nova média e covariância são calculadas deste conjunto de pontos transformados (SAVAGE, CRAMER e SCHMITT, 2006).

Para o caso onde o ruído do processo e das medidas são aditivos, tem-se:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_k &= f(x_{k-1}) + \mathbf{q}_{k-1} \\ \mathbf{Z}_k &= h(x_k) + \mathbf{r}_k\end{aligned}\tag{3.45}$$

onde:

$\mathbf{X}_k = [x_k, y_k]^T \in \mathbb{R}^2$  é o vetor de estado representando as coordenadas do emissor;

$\mathbf{Z}_k \in \mathbb{R}^L$  é o vetor de medidas;

$\mathbf{q}_{k-1} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_{k-1})$  é o vetor ruído do processo; e

$\mathbf{r}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k)$  é o vetor ruído das medidas.

O algoritmo calcula a posição estimada realizando os seguintes passos:

1. No tempo  $k$ , gera-se  $2n + 1$  pontos sigma,  $n$  sendo a dimensão do vetor de estado, usando as estimativas *a priori* do vetor de estado,  $\hat{\mathbf{X}}_0 = E(\mathbf{X}_0) = \mathbf{m}$ , e da matriz de covariância do erro de estimação,  $\hat{\mathbf{P}}_0 = E\left((\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)(\mathbf{X}_0 - \hat{\mathbf{X}}_0)^T\right)$ . Cada ponto sigma possui a mesma dimensão do vetor de estado e um peso associado.

$$\mathbf{X}^{(0)} = \mathbf{m} \quad (3.46)$$

$$\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{m} + \left[\sqrt{(n + \lambda)\mathbf{P}}\right]_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.47)$$

$$\mathbf{X}^{(i)} = \mathbf{m} - \left[\sqrt{(n + \lambda)\mathbf{P}}\right]_i, \quad i = n + 1, \dots, 2n \quad (3.48)$$

O subscrito " $i$ " no lado direito indica a  $i$ -ésima coluna da raiz quadrada da matriz. Os pesos associados aos pontos são:

$$W_m^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \quad (3.49)$$

$$W_m^{(i)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2n \quad (3.50)$$

$$W_c^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \quad (3.51)$$

$$W_c^{(i)} = \frac{1}{2(n + \lambda)}, \quad i = 1, \dots, 2n \quad (3.52)$$

onde:

$\lambda = \alpha^2(n + \kappa) - n$  é um parâmetro de escala;

$\alpha = 10^{-3}$  determina o espalhamento dos pontos sigma ao redor de  $\mathbf{m}$ ;

$\kappa = 0$  é um parâmetro de escala secundário; e

$\beta$  é utilizado para incorporar o conhecimento *a priori* da distribuição de  $\mathbf{X}$ ,  $\beta = 2$  para distribuição gaussiana.

2 . No tempo  $k + 1$ , calcula-se a média e covariância preditivas como a seguir:

$$\hat{\mathbf{X}}(k + 1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W_m^{(i)} \mathbf{X}^{(i)} \quad (3.53)$$

$$\mathbf{P}(k + 1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} [\mathbf{X}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}] [\mathbf{X}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}]^T + \mathbf{Q} \quad (3.54)$$

Nota-se que, como a posição do alvo (estado) é estacionária, tem-se  $\hat{\mathbf{X}}(k + 1|k) = \hat{\mathbf{X}}(k)$ .

3 . Em seguida, propaga-se cada ponto sigma através da função das medidas não linear e calcula-se a média  $\hat{\mathbf{Z}}$  e covariância das medidas  $\mathbf{S}$  e a covariância cruzada  $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{XZ}}$  entre  $\mathbf{X}$  e  $\mathbf{Z}$ :

$$\mathbf{Z}^{(i)} = h(\mathbf{X}^{(i)}) \quad (3.55)$$

$$\hat{\mathbf{Z}}(k + 1|k) = \sum_{i=0}^{2n} W_m^{(i)} \mathbf{Z}^{(i)} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{S} = \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} [\mathbf{Z}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}] [\mathbf{Z}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}]^T + \mathbf{R} \quad (3.57)$$

$$\Sigma_{XZ} = \sum_{i=0}^{2n} W_c^{(i)} [\mathbf{X}^{(i)} - \hat{\mathbf{X}}] [\mathbf{Z}^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}]^T \quad (3.58)$$

Deve-se notar que, para o problema de localização de emissores através de medidas de marcação, a função das medidas é dada por:

$$h(\mathbf{X}^{(i)}) = \tan^{-1} \left( \frac{y^{(i)} - y_j}{x^{(i)} - x_j} \right) \quad (3.59)$$

onde:

$(x_j, y_j)$  são as coordenadas do receptor durante a  $j$ -ésima medida de marcação; e

$\mathbf{X}^{(i)} = (x^{(i)}, y^{(i)})$  é o  $i$ -ésimo ponto sigma.

4. Finalmente, depois de recebido o vetor de medidas de marcação no tempo  $k + 1$ , atualiza-se a média e covariância do estado como a seguir:

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{Z}(k + 1) - \hat{\mathbf{Z}}(k + 1|k) \quad (3.60)$$

$$\mathbf{K}_{k+1} = \Sigma_{XZ} \mathbf{S}^{-1} \quad (3.61)$$

$$\hat{\mathbf{X}}(k + 1|k + 1) = \hat{\mathbf{X}}(k + 1|k) + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{v}_{k+1} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{P}(k + 1|k + 1) = \mathbf{P}(k + 1|k) - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{S} \mathbf{K}_{k+1}^T \quad (3.63)$$

### 3.4 ALGORITMO MINIMAX

Minimax é um método usado em Estatística, Teoria da Decisão, Teoria dos Jogos e Filosofia para minimizar a perda máxima possível. O matemático John Von Neumann foi

considerado o pai da teoria dos jogos em 1926 devido à demonstração do teorema minimax. Uma aproximação no sentido de Chebyshev é uma aproximação minimax na qual o erro máximo é tão pequeno quanto possível dentro das restrições dadas à função de aproximação (DARLINGTON, 1970).

A solução minimax foi utilizada em BRAYTON et al. (1979) para o projeto de circuitos estatísticos; projetos de sistemas de controle foram implementados utilizando técnicas de otimização em GRACE (1989); a solução minimax é utilizada em programação não-linear em HAN (1977) e POWELL (1978); métodos para a solução de problemas de otimização minimax não-linear, onde os parâmetros de otimização estão sujeitas às tolerâncias, são apresentados em MADSEN e SCHJAER-JACOBSEN (1979). O problema de estimar a localização de um robô no plano quando os erros nas medidas de distâncias são modelos com ruídos não-gaussianos foi apresentado em (AHMAD e NAMERIKAWA, 2012) e o problema de detectar rapidamente uma mudança desconhecida nas densidades condicionais de um processo estocástico dependente é tratado em MOLLOY e FORD (2016).

Em SANTOS et al. (2016) foi apresentado o algoritmo que estima a posição do alvo minimizando-se as distâncias máximas entre os possíveis pontos de localização do alvo e as retas que representam as marcações medidas pelo observador, desta forma, é encontrada a solução minimax. Para o desenvolvimento deste algoritmo, utiliza-se a rotina “fminimax” do software MATLAB®.

Uma interpretação geométrica para este algoritmo pode ser obtida para o caso em que três medidas de marcações estão disponíveis. A posição do alvo estimada, neste caso, é o incentro do triângulo formado pelas três medidas. O incentro que é o ponto em que as três bissetrizes do triângulo se cruzam, e fica à mesma distância de todos os lados do mesmo. Conforme representado na FIG. 3.3.

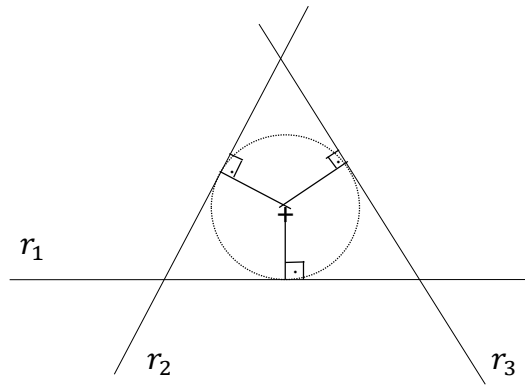


FIG. 3.3 - Interpretação geométrica para o algoritmo Minimax.

### 3.5 MÍNIMOS QUADRADOS (LS)

Também conhecido como estimador de Stansfield (STANSFIELD, 1947), este algoritmo minimiza uma função objetivo que é a soma dos quadrados das distâncias entre um ponto no plano e as retas representativas das marcações medidas pelo observador. Nas referências DOGANÇAY (2005) e GAVISH e WEISS (1992), a função custo deste algoritmo é apresentada como soma dos quadrados dos erros das medidas dos ângulos de marcação, que requer uma aproximação do tipo  $\tilde{\theta}_i - \theta_i \approx \text{sen}(\tilde{\theta}_i - \theta_i)$ . A interpretação geométrica proposta em SANTOS et al. (2016) é precisa por não necessitar de tal aproximação. A FIG. 3.4 ilustra o cenário onde  $L$  medidas de marcação são realizadas.

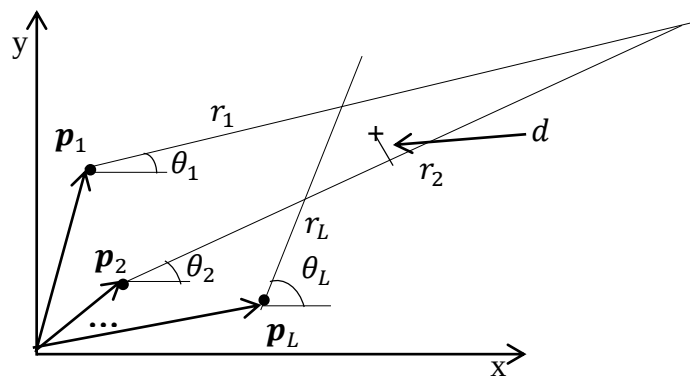


FIG. 3.4 - Localização do emissor (indicado na figura por +) utilizando medidas de marcação.

O módulo da distância entre a localização a ser estimada e cada reta representando uma dada marcação pode ser expressa por:

$$|d_i| = \frac{|(\mathbf{a} - \mathbf{p}_i) \times \mathbf{u}_i|}{|\mathbf{u}_i|} \quad (3.64)$$

onde  $\mathbf{u}_i = [\cos\theta_i, \sin\theta_i]^\top$  é um vetor unitário na reta  $r_i$ , ou seja,  $|\mathbf{u}_i| = 1$ . O vetor  $\mathbf{a} = [a_x, a_y]^\top$  possui as coordenadas a serem estimadas do alvo estacionário,  $\mathbf{p}_i = [p_{x_i}, p_{y_i}]^\top$  é um vetor com as coordenadas do observador em  $i = 1, 2, \dots, L$  pontos distintos e " $\times$ " indica produto vetorial. Sendo assim, tem-se:

$$\begin{aligned} |d_i| &= |(a_x - p_{x_i})\sin\theta_i - (a_y - p_{y_i})\cos\theta_i| \\ d_i &= (a_x - p_{x_i})\sin\theta_i - (a_y - p_{y_i})\cos\theta_i \\ d_i &= [(a_x - p_{x_i}), (a_y - p_{y_i})][\sin\theta_i, -\cos\theta_i]^\top \end{aligned} \quad (3.65)$$

Considerando que  $\bar{\mathbf{u}}_i = [\sin\theta_i, -\cos\theta_i]^\top$ , tem-se:

$$\begin{aligned} d_i &= (\mathbf{a} - \mathbf{p}_i)^\top \bar{\mathbf{u}}_i \\ d_i &= \bar{\mathbf{u}}_i^\top (\mathbf{a} - \mathbf{p}_i) \end{aligned} \quad (3.66)$$

Logo, o vetor distância  $\mathbf{d} = [d_1, d_2, \dots, d_L]^\top$  é dado por:

$$\mathbf{d} = \bar{\mathbf{U}}\mathbf{a} - \bar{\mathbf{p}} \quad (3.67)$$

sendo que,  $\bar{\mathbf{U}} = [\bar{\mathbf{u}}_1, \bar{\mathbf{u}}_2, \dots, \bar{\mathbf{u}}_L]^\top$  e  $\bar{\mathbf{p}} = [\bar{\mathbf{u}}_1^\top \mathbf{p}_1, \bar{\mathbf{u}}_2^\top \mathbf{p}_2, \dots, \bar{\mathbf{u}}_L^\top \mathbf{p}_L]^\top$ .

A função objetivo “ $\zeta$ ”, ou custo, de acordo com SANTOS et al. (2016) é representada pela soma dos quadrados das distâncias entre o ponto a ser estimado e as retas que representam as marcações medidas pelo observador, sendo dada pela equação:

$$\zeta = \sum_{i=1}^L d_i^2 = \|\mathbf{d}\|^2 \quad (3.68)$$

Considerando a equação acima, tem-se que:



$$\zeta = \mathbf{d}^T \mathbf{d} = (\bar{\mathbf{U}}\mathbf{a} - \bar{\mathbf{p}})^T (\bar{\mathbf{U}}\mathbf{a} - \bar{\mathbf{p}}) \quad (3.69)$$

Em seguida, calculando o gradiente da função custo em relação ao vetor  $\mathbf{a}$  e igualando o resultado ao vetor nulo,  $\nabla_{\mathbf{a}}\zeta = 0$ , encontra-se a solução LS:

$$\hat{\mathbf{a}}_{LS} = (\bar{\mathbf{U}}^T \bar{\mathbf{U}})^{-1} \bar{\mathbf{U}}^T \bar{\mathbf{p}} \quad (3.70)$$

### 3.6 MÍNIMOS QUADRADOS TOTAL (TLS)

Em RAO e REDDY (1994), o algoritmo TLS foi proposto com o objetivo de estimar a posição de emissores eletromagnéticos. Ele teve seu desempenho comparado ao ML em DOGANÇAY (2005), inclusive levando-se em consideração os erros nas posições dos observadores. Como também, erros nas posições dos observadores foram considerados na comparação dos algoritmos ML, LS, TLS e *weighted total least squares* (WTLS) em VAGHEFI et al. (2010). O TLS realizou a localização de emissores utilizando medidas de TDOA em YANG (2011).

De acordo com MARKOVSKY e HUFFEL (2007), a solução TLS para o problema de localização do emissor é dada por:

$$\hat{\mathbf{a}}_{TLS} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} - \sigma_S^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (3.71)$$

onde  $\sigma_S^2$  é o menor valor singular da matriz  $[\mathbf{A} \ \mathbf{b}]$ , sendo que  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta_1 & -\text{cos}\theta_1 \\ \vdots & \vdots \\ \text{sen}\theta_L & -\text{cos}\theta_L \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{b} =$

$$\begin{bmatrix} p_{x_1} \text{sen}\theta_1 - p_{y_1} \text{cos}\theta_1 \\ \vdots \\ p_{x_L} \text{sen}\theta_L - p_{y_L} \text{cos}\theta_L \end{bmatrix}.$$

### 3.7 ALGORITMO DE SELEÇÃO DE DADOS

Há situações que se pode observar a existência de medidas de marcação do alvo com um erro muito grande em relação as demais medidas, sendo consideradas como valores dispersos (*outliers*). Valor disperso é uma parte de um grupo de valores que é inconsistente com as outras partes daquele grupo (ISO 5725-2, 1994). Geralmente, tais valores extremos costumam indicar problemas ou falhas grosseiras nos procedimentos de medições, erros de transcrição, falhas na condução das medidas ou em fontes externas ao sistema; isso considerando-se um sistema de medição onde os erros identificados foram minimizados e todos os fatores estão adequados. A busca por valores dispersos requer que as medidas tenham sido obtidas nas mesmas condições e que tenham sido eliminados os fatores que possam provocar inconsistências.

Os valores dispersos podem ser tratados de três maneiras: correção, manutenção ou eliminação. Na correção, técnicas de adaptação são utilizadas nas medidas para ajustar os valores extremos à tendência das demais, como exemplo de técnica de ajuste tem-se a regressão. A manutenção da medida ou valor disperso implica em aceitar a mesma como pertencente ao conjunto de medidas, e que sua presença, mesmo gerando uma tendência, é fundamental para a caracterização do resultado. A eliminação da medida, por sua vez, implica no conhecimento e na aceitação do fato de que a mesma não pertence ao conjunto de medidas e/ou que a sua exclusão não vai afetar negativamente os resultados (ISO 5725-2, 1994).

Neste trabalho, os valores dispersos são eliminados e adotou-se o método de Grubbs para identificar e retirar valores dispersos do conjunto de dados considerado. Existem inúmeros critérios para testar valores extremos. Em todos eles, desenvolve-se o cálculo numérico amostral (estatística) e compara-se com um valor crítico baseado na teoria de amostras aleatórias, para decidir se existe ou não uma observação considerada valor extremo.

O método de Grubbs avalia a relação das distâncias entre os valores suspeitos e a média com o chamado “nível de significância” ou a probabilidade de abrangência, que é o limite a partir do qual o valor é considerado *outlier*. Recomenda-se, geralmente, que seja utilizado um nível de significância baixo, tal como 1%, e que níveis de significância superiores a 5% não sejam práticas comuns (GRUBBS, 1969).

A maneira, assim como, o critério utilizado para a eliminação destes valores estão indicados nos passos abaixo:

1. Inicialmente, ordena-se os  $n$  valores reportados por cada receptor em ordem ascendente:

$$\theta_1 \leq \theta_2 \leq \dots \leq \theta_n ;$$

2. Calcula-se o valor da estatística de Grubbs,  $G$ , conforme a quantidade de valores suspeitos conforme a equação abaixo:

$$G = \frac{|\theta_i - \bar{\theta}|}{S} \quad (3.72)$$

onde:

$\theta_i$  é a  $i$ -ésima medida de marcação;

$\bar{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \theta_i}{n}$  é a média aritmética das medidas de marcação;

$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\theta_i - \bar{\theta})^2}{n-1}}$  é o desvio padrão das medidas de marcação;

3. Compara-se  $G$  com os valores críticos, conforme transcritos na TAB. 3.1, em função da probabilidade de abrangência desejada. Se o valor de  $G$  é maior do que o seu valor crítico,  $G_{\max}$ , para 1%, o valor suspeito é rejeitado como valor disperso; e
4. Finalmente, utiliza-se as medidas de marcação restante para estimar a posição do alvo.

TAB. 3.1 - Valores críticos para o teste de Grubbs (GRUBBS, 1969)

<b>n</b>	<b>Nível de Significância (1%)</b>
<b>3</b>	1,155
<b>4</b>	1,492
<b>5</b>	1,749
<b>6</b>	1,944
<b>7</b>	2,097
<b>8</b>	2,221
<b>9</b>	2,323
<b>10</b>	2,41
<b>11</b>	2,484
<b>12</b>	2,549
<b>13</b>	2,607
<b>14</b>	2,658
<b>15</b>	2,705
<b>16</b>	2,747
<b>17</b>	2,785
<b>18</b>	2,821
<b>19</b>	2,853
<b>20</b>	2,884
<b>21</b>	2,912

<b>n</b>	<b>Nível de Significância (1%)</b>
<b>22</b>	2,939
<b>23</b>	2,963
<b>24</b>	2,987
<b>25</b>	3,009
<b>26</b>	3,029
<b>27</b>	3,049
<b>28</b>	3,068
<b>29</b>	3,086
<b>30</b>	3,103
<b>31</b>	3,119
<b>32</b>	3,135
<b>33</b>	3,15
<b>34</b>	3,164
<b>35</b>	3,178
<b>36</b>	3,191
<b>37</b>	3,204
<b>38</b>	3,216
<b>39</b>	3,228
<b>40</b>	3,239

## 4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Este capítulo aborda os resultados de simulações computacionais utilizando o software MATLAB<sup>®</sup> para estimar as posições da fonte, tendo como base os algoritmos implementados e propostos no capítulo anterior. Nas seções a seguir são analisados os cenários abaixo:

Cenário 1: duas aeronaves são utilizadas como receptores para estimar a posição de um emissor fixo;

Cenário 2: apenas uma aeronave é utilizada para localizar o mesmo alvo fixo;

Cenário 3: as posições dos dois receptores estão mais espaçadas entre si;

Cenário 4: um maior número de medidas de marcação é utilizado nas estimativas;

Cenário 5: são utilizadas duas aeronaves para estimar as posições de um emissor móvel representado por um navio; e

Cenário 6: são utilizadas duas aeronaves para estimar as posições de um emissor móvel representado por uma aeronave.

Nos cenários são consideradas distâncias máximas entre o alvo e o observador de até 100 Km. Os observadores/receptores estão localizados em plataformas aéreas se movendo a 400 m/s e são capazes de medir as marcações de um alvo no mar. Na maioria das simulações são considerados alvos estacionários ou que se movem lentamente quando comparados aos receptores, como por exemplo navios com velocidade de 30 nós (16 m/s). Os desempenhos dos algoritmos descritos no capítulo anterior também foram avaliados com alvos móveis com velocidades compatíveis à velocidade dos receptores.

### 4.1 CENÁRIO COM DOIS RECEPTORES MÓVEIS E UM EMISSOR FIXO

Com o intuito de avaliar o desempenho dos algoritmos, realizou-se simulações num cenário comum para todos os algoritmos, como representado na FIG. 4.1. Neste cenário, duas plataformas aéreas estão se movendo: o receptor/plataforma 1 segue no sentido norte e o receptor/plataforma 2 segue no sentido leste. Elas são capazes de medir as marcações de um alvo estacionário no mar na posição (40 Km; 70 Km). Considera-se que as posições exatas das aeronaves são conhecidas e que cada uma delas obteve 10 medidas de marcação e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 radiano. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 =$

$$(45; 75) \text{ Km e } \hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ Km}^2.$$

A TAB. 4.1 apresenta a média aritmética dos erros RMS (do ingl. *Root Mean Square Error*) das estimativas da posição do alvo e das posições estimadas para 1000 rodadas independentes, em quilômetros. O erro RMS para cada rodada é calculado da seguinte forma:

$$RMSE = \sqrt{\frac{(\hat{x} - x)^2 + (\hat{y} - y)^2}{2}} \quad (4.1)$$

onde  $(\hat{x}, \hat{y})$  é a posição estimada e  $(x, y)$  é a posição verdadeira do alvo.

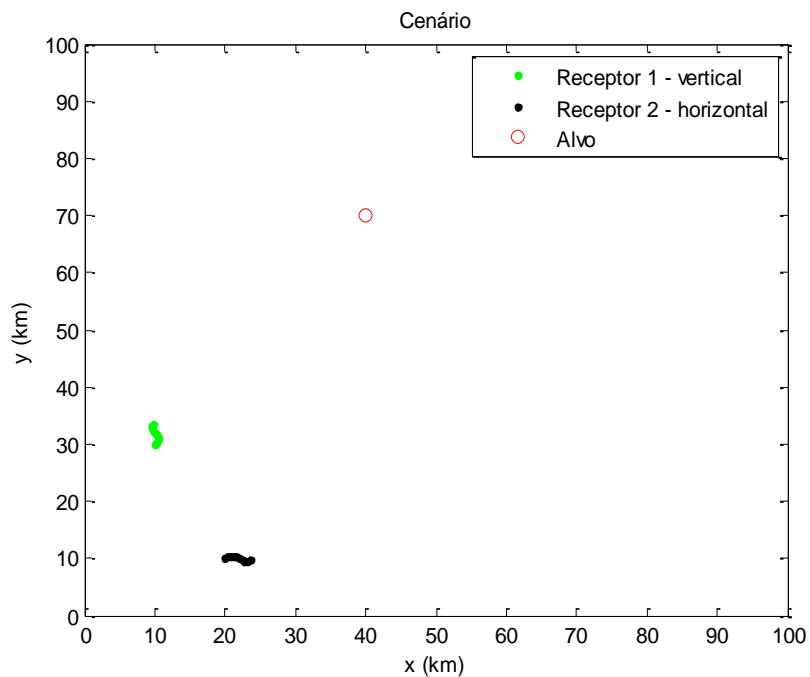


FIG. 4.1 - Cenário para localização de um alvo com medidas de marcação.

TAB. 4.1 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	<b>Erro RMS (Km)</b>	<b>Posição Estimada (Km, Km)</b>
<b>TLS</b>	<b>0,8200</b>	<b>(39,9806; 68,8405)</b>
<b>UKF</b>	0,8458	(40,1530; 68,8137)
<b>LS</b>	0,8513	(39,7970; 68,8133)
<b>Mínimax</b>	2,3388	(39,7067; 66,7055)
<b>GHT</b>	2,8726	(40,0670; 65,9381)

O algoritmo TLS apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro. O algoritmo UKF, por sua vez, apresentou um desempenho superior em relação aos algoritmos LS, Minimax e GHT. Os algoritmos Minimax e GHT apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o Minimax. No entanto, os algoritmos TLS, UKF e LS são comparáveis em termos de resultados, pois os erros de estimativas deles estão muito próximos e na prática o comprimento dos alvos como navios por exemplo, que muitas vezes são maiores do que 100 m, é muito maior que a diferença apresentada pelo erro RMS dos mesmos. O ruído das medidas possuindo uma distribuição gaussiana tende a favorecer algoritmos baseados em mínimos quadrados, como o LS, TLS e UKF.

Deve ser notado que a precisão da posição estimada pelo UKF é influenciada pela posição inicial  $\hat{X}_0$ . Se a estimativa inicial da posição do alvo for ruim, a posição estimada pelo UKF não será precisa, conforme pode ser observado na TAB. 4.2. Cabe ressaltar que o UKF apresenta bons resultados quando utilizado para rastrear alvos, estimando suas trajetórias, como em DING e BALAJI (2012).

TAB. 4.2 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações

$\hat{X}_0$ (Km)	Erro RMS (Km)
(40,5; 70,5)	<b>0,7668</b>
(41; 71)	0,7774
(42; 72)	0,7933
(43; 73)	0,7790
(50; 80)	0,8746
(20; 20)	16,8306
(0; 0)	98,4547

A FIG. 4.2 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações. De maneira semelhante, da FIG. 4.3 à FIG. 4.6 estão representadas as estimativas dos algoritmos UKF, LS, Minimax e GHT, respectivamente. Como pode ser observado, novamente o algoritmo TLS obteve as melhores estimativas, com resultados mais próximos ao alvo na posição (40 Km, 70 Km). O UKF apresentou estimativas melhores do que os algoritmos LS, GHT e Minimax, sendo que os dois últimos apresentaram resultados semelhantes, o Minimax possuindo estimativas um pouco melhores que as do GHT.

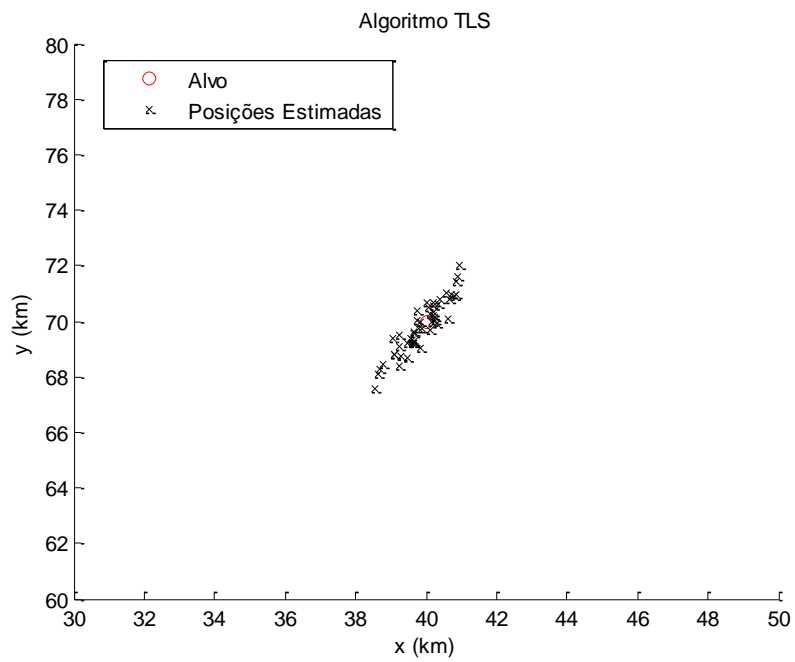


FIG. 4.2 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

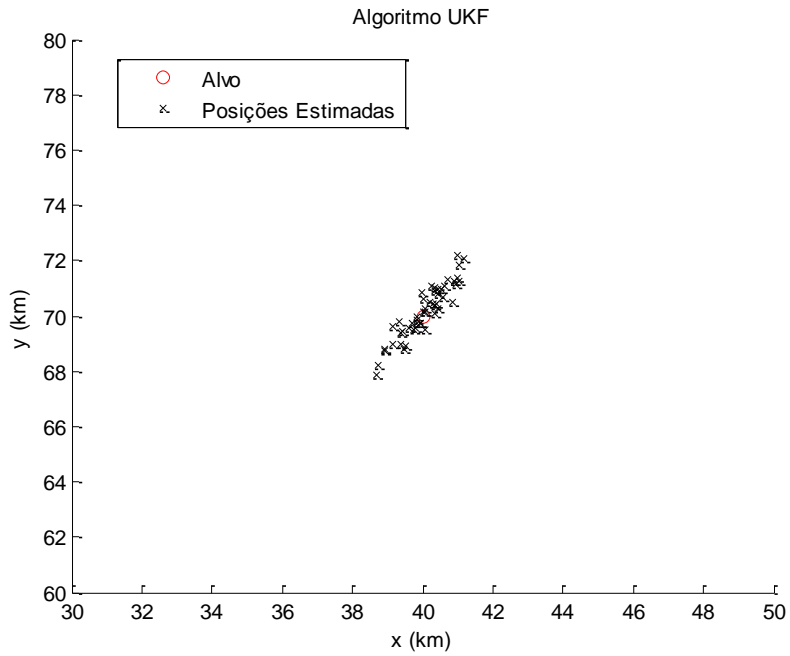


FIG. 4.3 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.



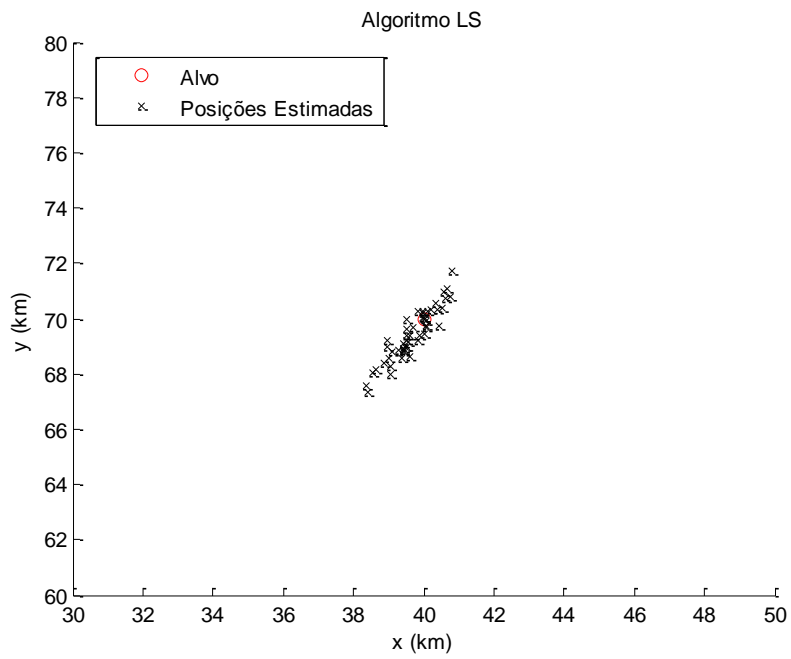


FIG. 4.4 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.

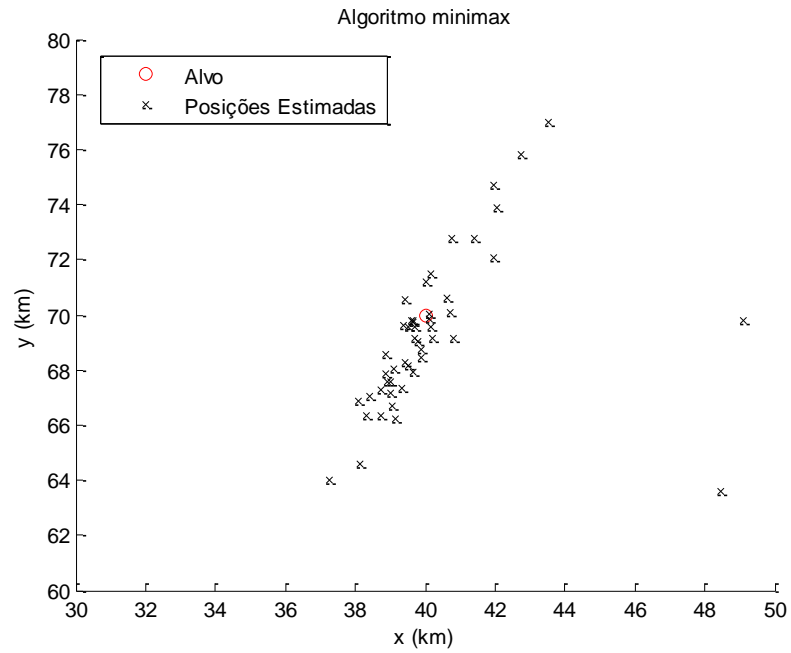


FIG. 4.5 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.

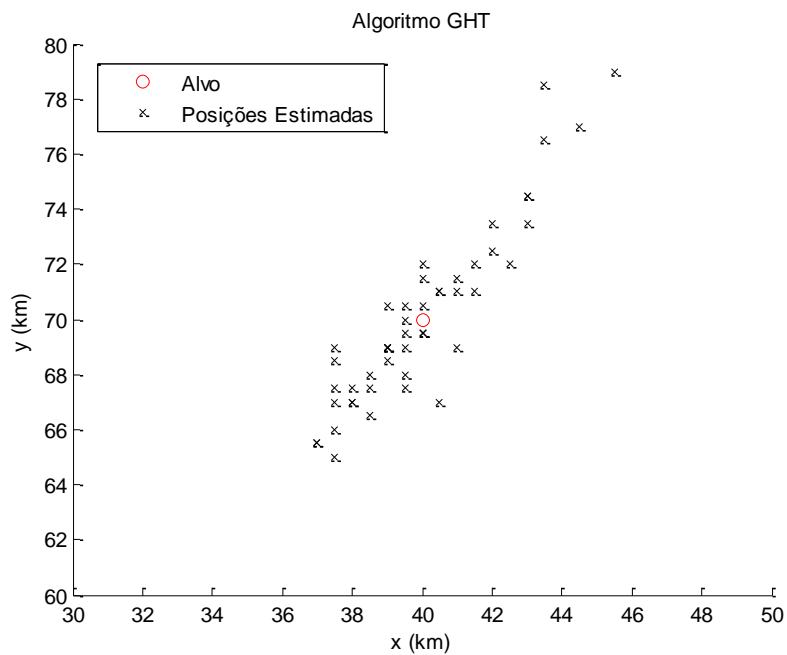


FIG. 4.6 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.

#### 4.1.1 SIMULAÇÕES COM ERROS NAS POSIÇÕES DOS RECEPTORES

Na FIG. 4.7, compara-se o RMSE dos algoritmos propostos no presente cenário em função do ruído na posição do observador. As mesmas condições são mantidas, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75) \text{ Km}$  e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ Km}^2$ . Observa-se que o RMSE de todos os algoritmos aumentou quando o ruído na posição do observador é incrementada, degradando o desempenho dos mesmos. O TLS apresentou um melhor desempenho em relação aos demais algoritmos, sendo seguido pelos algoritmos UKF e LS que apresentaram resultados semelhantes até um erro de posição de 0,4 Km, a partir deste ponto o algoritmo LS superou o UKF. Em seguida, aparece o Minimax que tem um desempenho superior em relação ao GHT.

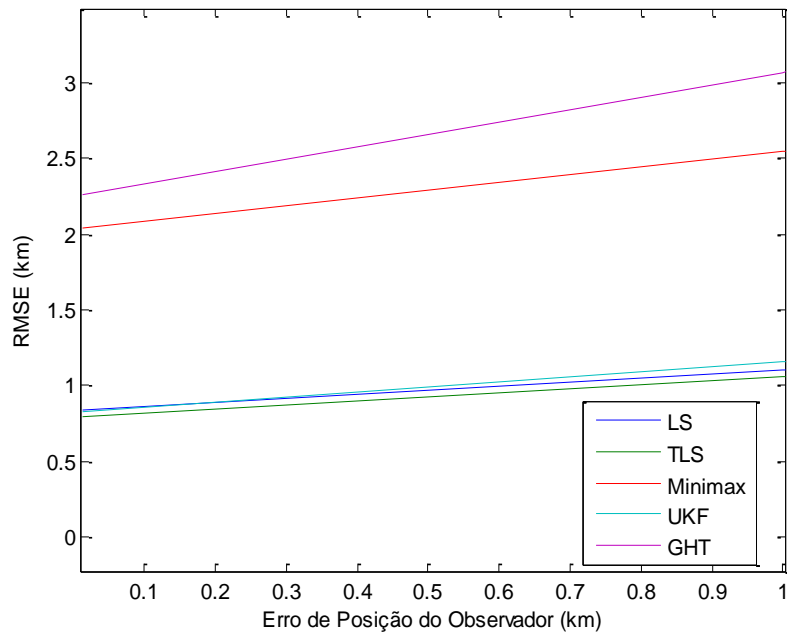


FIG. 4.7 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.

Incertezas ainda maiores na posição do observador foram utilizadas e a variação do RMSE dos algoritmos em função do ruído na posição do observador está na FIG. 4.8. Contudo, sendo as posições obtidas por meio de GPS, os valores de erro nas mesmas não seriam tão elevados em aplicações reais, sendo da ordem de 5 a 15 metros, ou até menos.

O LS superou TLS a partir do erro de posição de 1,5 Km, apresentando um melhor desempenho em relação aos demais. O Minimax foi superior ao UKF a partir do erro de posição de 3,5 Km e o GHT apresentou um pior resultado em relação aos algoritmos testados. Na figura é possível observar que o formato das curvas dos algoritmos TLS e UKF são bastante semelhantes, com mudanças de inclinações em pontos próximos.

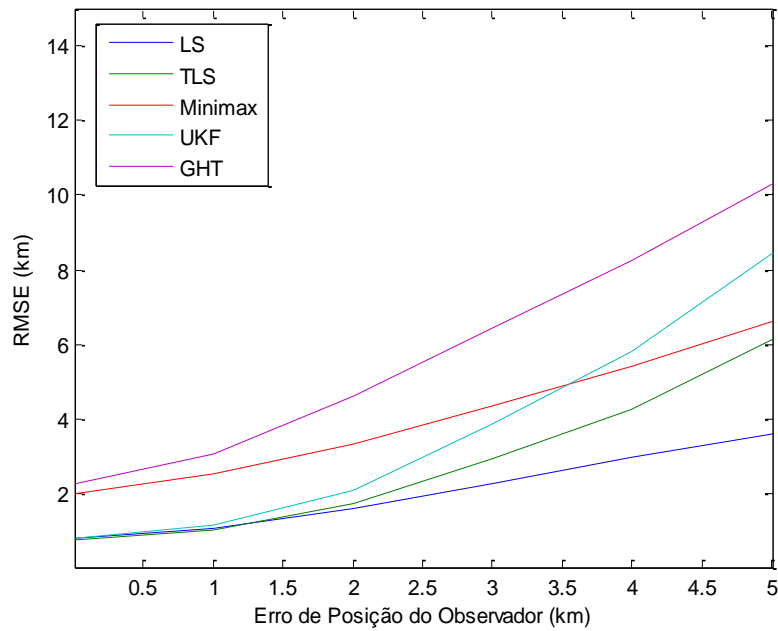


FIG. 4.8 - Incremento da incerteza na posição do observador.

#### 4.1.2 SIMULAÇÕES UTILIZANDO O ALGORITMO DE SELEÇÃO DE DADOS

Com o intuito de avaliar o algoritmo de seleção de dados na presença de medidas com valores dispersos, duas medidas com erros maiores que as outras medidas foram utilizadas no mesmo cenário anterior e com as mesmas condições, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75) \text{ Km}$  e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ Km}^2$ .

A FIG. 4.9 apresenta o cenário e as medidas de marcação feitas pelos receptores. As medidas com a cor vermelha representam, em princípio, os valores dispersos. A TAB. 4.3 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo para 1000 rodadas independentes, em quilômetros, antes e depois da utilização do algoritmo de seleção de dados. Pode-se observar, como esperado, que todas as estimativas da posição foram melhoradas, ou seja, ficaram mais próximas da posição real do alvo.

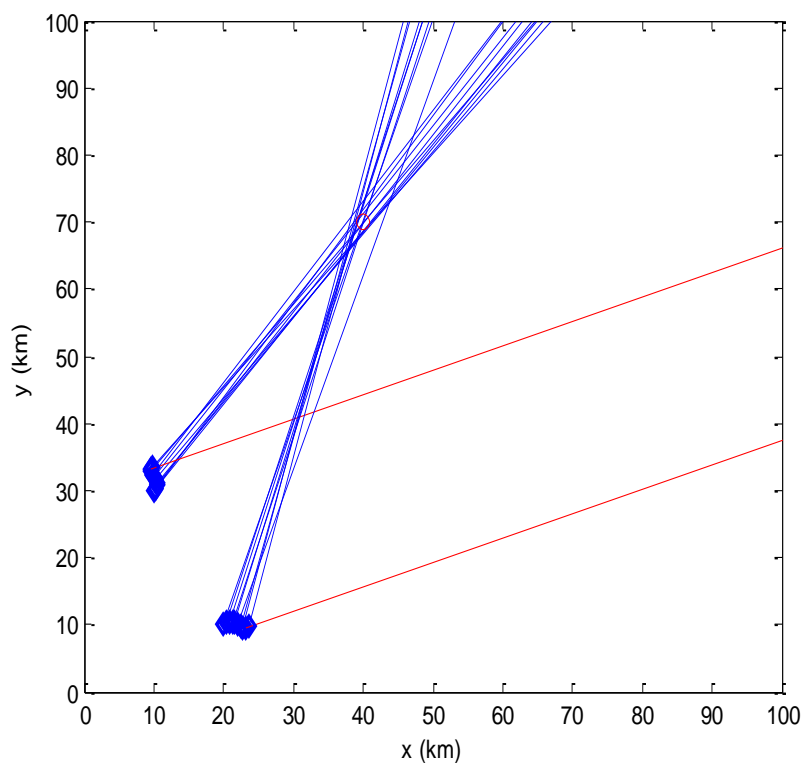


FIG. 4.9 - Cenário e medidas com valores dispersos (*outliers*) em vermelho.

TAB. 4.3 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações

	RMSE <sub>inicial</sub> (Km)	RMSE <sub>final</sub> (Km)
TLS	8,6646	<b>0,8512</b>
LS	23,2299	0,9101
UKF	<b>8,5739</b>	0,8893
Minimax	40,1486	2,9063
GHT	16,3240	2,9511

#### 4.2 CENÁRIO COM APENAS UM RECEPTOR MÓVEL E UM EMISSOR FIXO

No cenário apresentado na FIG. 4.10, apenas uma plataforma aérea está se movendo seguindo no sentido norte. Ela faz medidas das marcações de um alvo estacionário no mar na posição (40 Km; 70 Km). Considera-se que as posições exatas da aeronave são conhecidas e

que ela obteve 20 medidas de marcação e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>, como no cenário anterior.

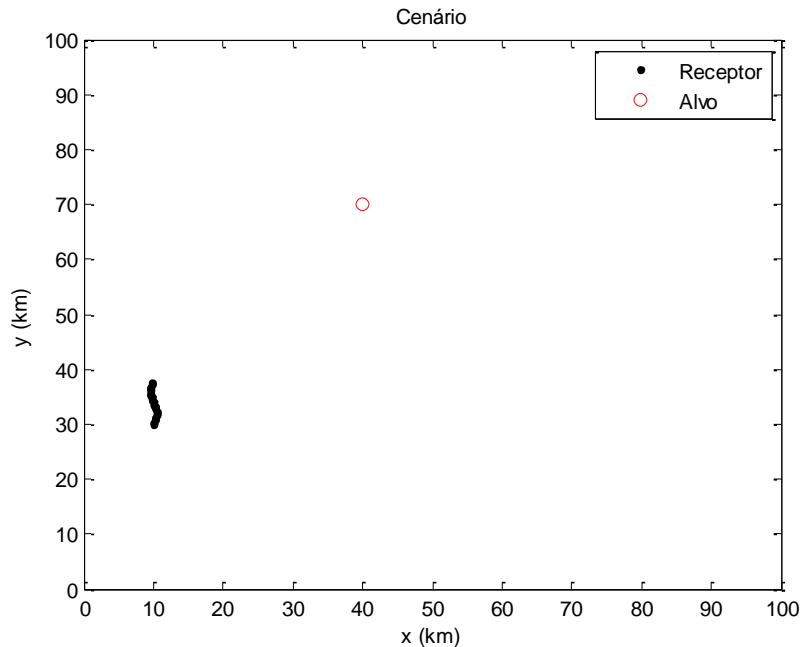


FIG. 4.10 - Cenário com apenas um receptor móvel e um emissor fixo.

A TAB. 4.4 apresenta a média aritmética dos erros RMS (root mean square error) das estimativas da posição do alvo e das posições estimadas para 1000 rodadas independentes, em quilômetros.

TAB. 4.4 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	<b>Erro RMS (Km)</b>	<b>Posição Estimada (Km, Km)</b>
<b>TLS</b>	4,2794	(37,1349; 64,6692)
<b>UKF</b>	<b>3,4680</b>	<b>(42,5789; 65,8283)</b>
<b>LS</b>	7,3361	(33,4554; 61,9498)
<b>Minimax</b>	11,6097	(30,6525; 56,5021)
<b>GHT</b>	11,6166	(43,4660; 53,9414)

Os resultados apresentados são menos precisos em relação ao cenário anterior. Isso se deve ao fato de todas as medidas de marcação estarem muito próximas, causando uma área de incerteza maior quando da realização da triangulação com as medidas de marcação do alvo. O

algoritmo UKF apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro. O algoritmo TLS, por sua vez, apresentou um desempenho superior em relação aos algoritmos LS, Minimax e GHT; os algoritmos Minimax e GHT apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o Minimax.

A FIG. 4.11 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações. De maneira semelhante, da FIG. 4.12 à FIG. 4.15 estão representadas as estimativas dos algoritmos TLS, LS, Minimax e GHT, respectivamente. Novamente o algoritmo UKF obteve as melhores estimativas, com resultados mais próximos ao alvo na posição (40 Km, 70 Km). O TLS apresentou estimativas melhores do que os algoritmos LS, GHT e Minimax, sendo que os dois últimos apresentaram resultados semelhantes, o Minimax possuindo estimativas um pouco melhores que as do GHT.

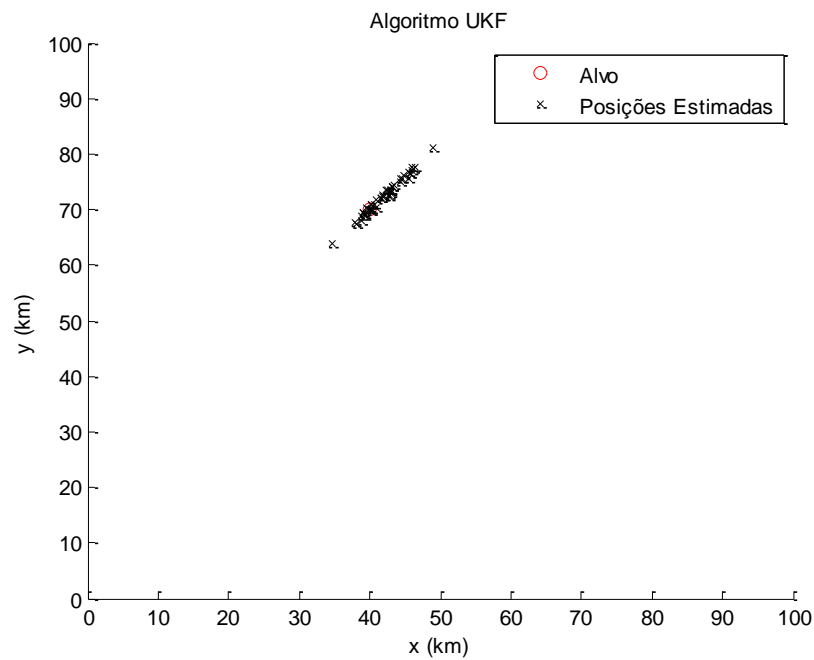


FIG. 4.11 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.

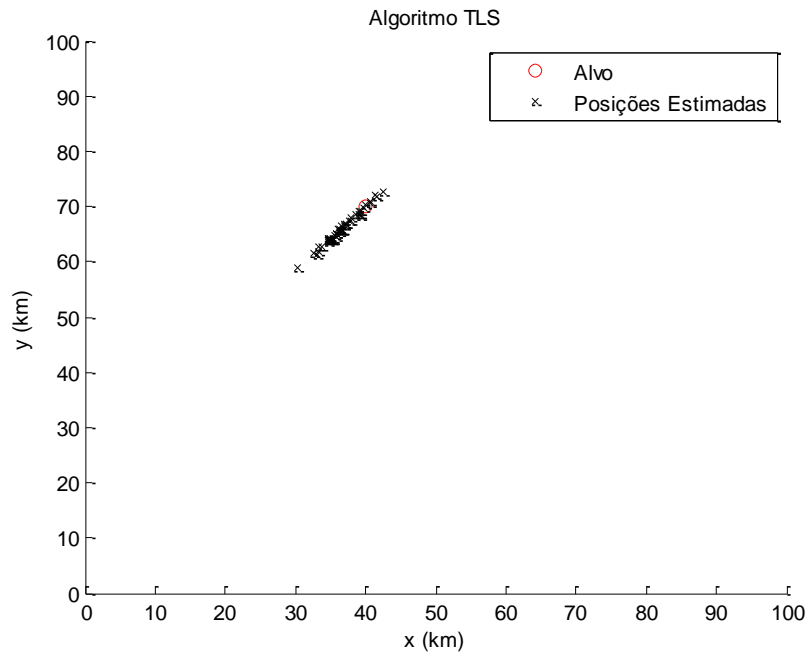


FIG. 4.12 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

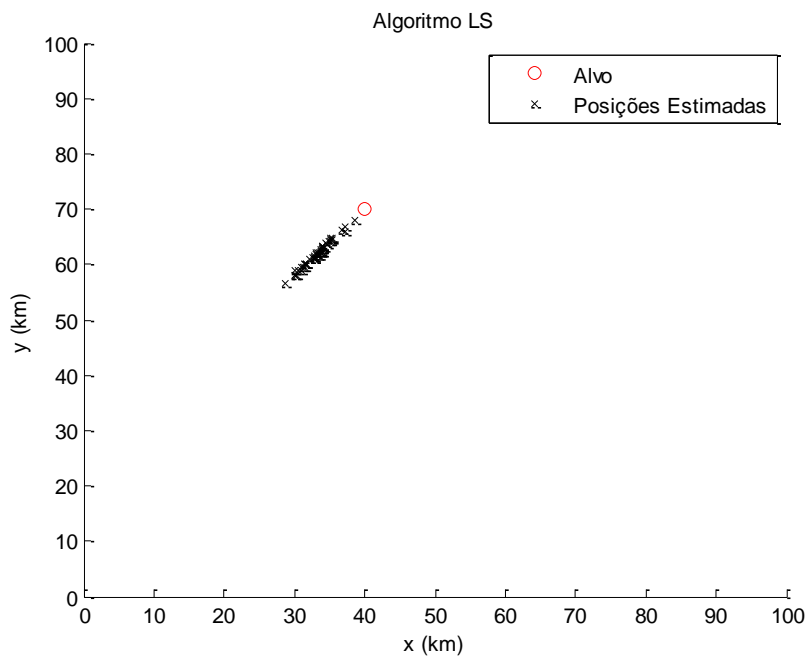


FIG. 4.13 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.



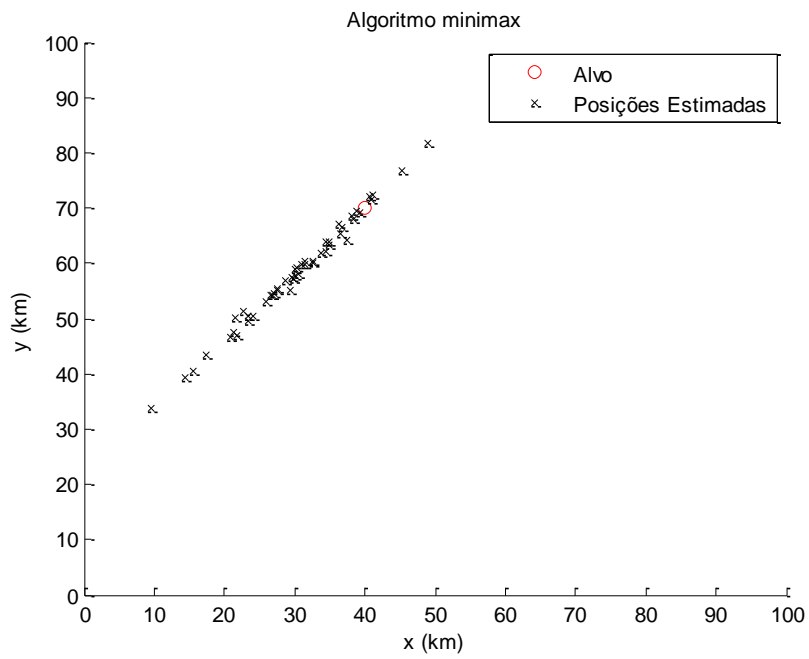


FIG. 4.14 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.

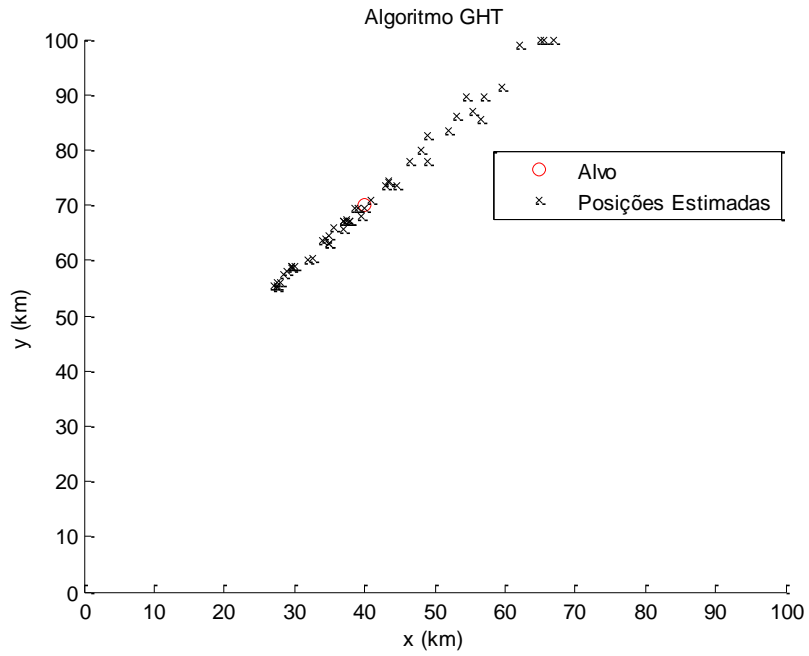


FIG. 4.15 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.

#### 4.2.1 SIMULAÇÕES COM ERROS NAS POSIÇÕES DOS RECEPTORES

Na FIG. 4.16, compara-se o RMSE dos algoritmos propostos no cenário anterior em função do ruído na posição do observador. As mesmas condições iniciais foram mantidas, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>. Observa-se que o RMSE de todos os algoritmos aumentou quando o ruído na posição do observador é incrementada, degradando o desempenho dos mesmos. O UKF apresentou um desempenho superior em relação aos demais algoritmos até o erro de posição de 0,1 Km. A partir deste ponto o algoritmo TLS superou o UKF. Em seguida, aparece o LS que tem um desempenho superior em relação ao Minimax e GHT, que apresentaram desempenhos semelhantes com pequena vantagem para o algoritmo Minimax.

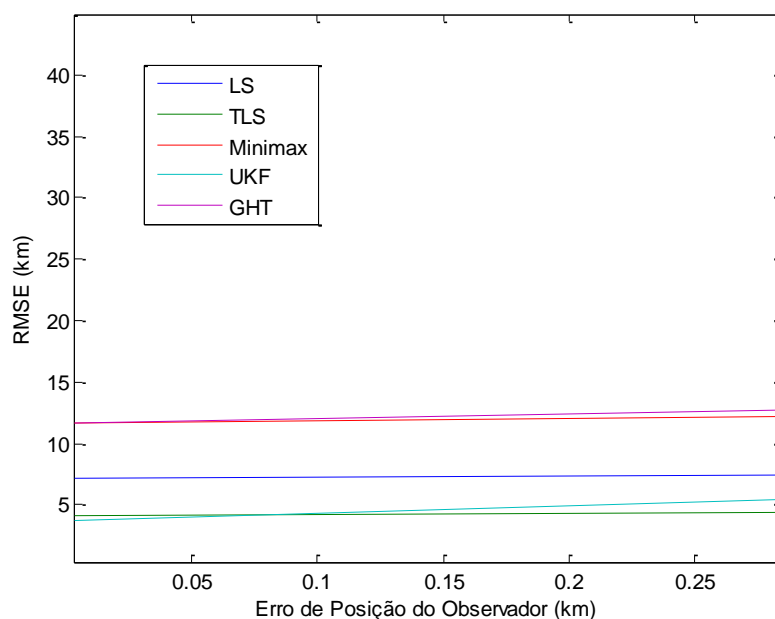


FIG. 4.16 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.

Incertezas ainda maiores na posição do observador foram utilizadas e a variação do RMSE dos algoritmos em função do ruído na posição do observador está na FIG. 4.17. O LS superou o TLS a partir do erro de posição de 1,2 Km, apresentando um melhor desempenho em relação aos demais. O Minimax foi superior aos demais algoritmos a partir do erro de posição de 1,8

Km, ele foi seguido pelo GHT. Os algoritmos TLS e o UKF apresentaram os maiores erros RMS a partir do erro de posição de 2 Km e o formato de suas curvas são bastante semelhantes, com mudanças de inclinações em pontos próximos.

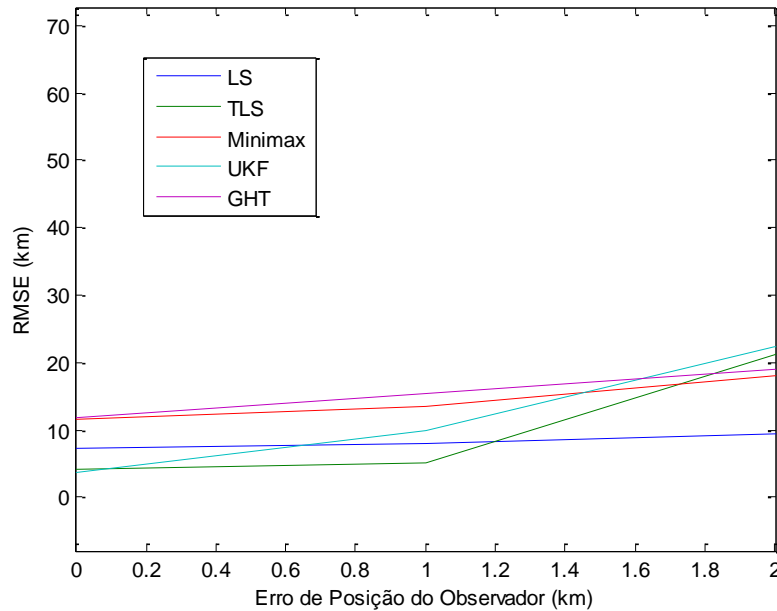


FIG. 4.17 - Incremento da incerteza na posição do observador.

#### 4.2.2 SIMULAÇÕES UTILIZANDO O ALGORITMO DE SELEÇÃO DE DADOS

O algoritmo de seleção de dados foi utilizado neste cenário na presença de medidas com valores dispersos. Duas medidas com erros maiores que as outras medidas foram utilizadas no presente cenário e com as mesmas condições, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>.

A FIG. 4.18 apresenta o cenário e as medidas de marcação feitas pelos receptores. As medidas com a cor vermelha representam, em princípio, os valores dispersos. A TAB. 4.5 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo para 1000 rodadas independentes, em quilômetros, antes e depois da utilização do algoritmo de seleção de dados. Pode-se observar, como esperado, que todas as estimativas da posição foram melhoradas, ou seja, ficaram mais próximas da posição real do alvo.

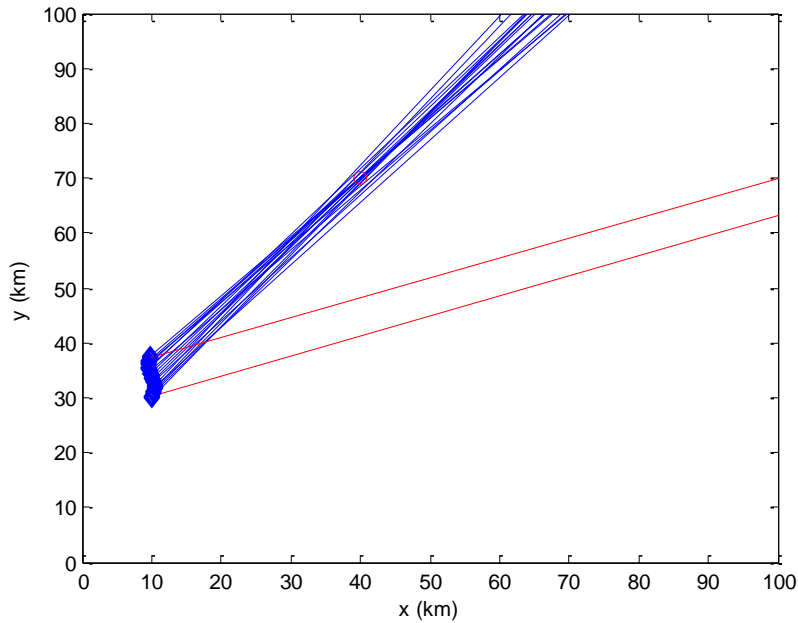


FIG. 4.18 - Cenário e medidas com valores dispersos (*outliers*) em vermelho.

TAB. 4.5 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações

	RMSE <sub>inicial</sub> (Km)	RMSE <sub>final</sub> (Km)
TLS	29,6889	4,8604
LS	31,9374	8,5324
UKF	56,1404	<b>3,8300</b>
Minimax	33,8683	13,8427
GHT	<b>21,6004</b>	12,3691

#### 4.3 CENÁRIO COM GRANDE ESPAÇAMENTO ENTRE AS POSIÇÕES DOS RECEPTORES

No cenário apresentado na FIG. 4.19, os receptores realizaram medidas de marcação de um alvo estacionário no mar, na posição (40 Km; 70 Km), em posições mais espaçadas entre si, quando comparadas em relação aos cenários anteriores. Considera-se que as posições exatas dos receptores são conhecidas e que foram obtidas 20 medidas de marcação e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km

e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>, como nos cenários anteriores.

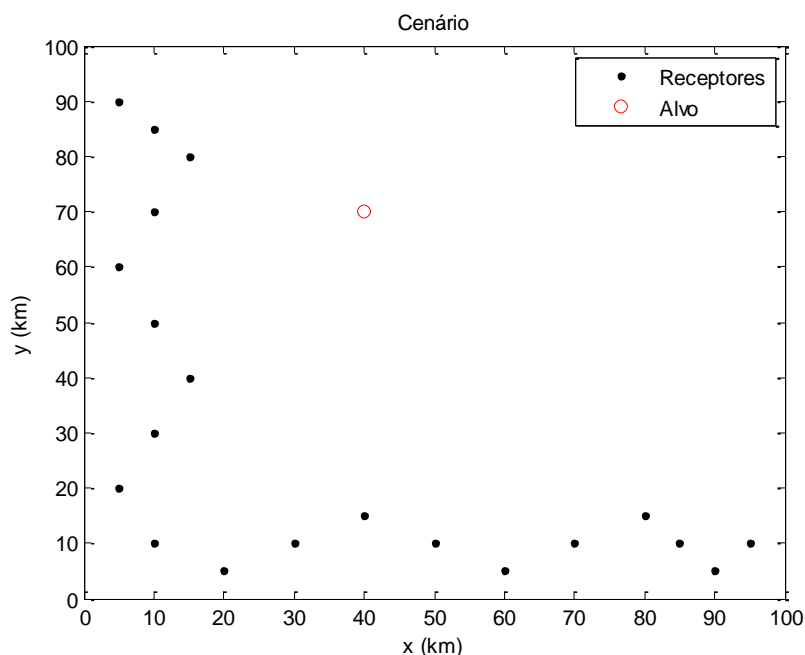


FIG. 4.19 - Cenário com grande espaçamento entre as posições dos receptores.

A TAB. 4.6 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo e das posições estimadas para 1000 rodadas independentes, em quilômetros.

TAB. 4.6 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	<b>Erro RMS (Km)</b>	<b>Posição Estimada (Km, Km)</b>
<b>TLS</b>	0,3144	(40,0178; 69,5557)
<b>UKF</b>	<b>0,2625</b>	<b>(39,9940; 69,6288)</b>
<b>LS</b>	0,3147	(40,0076; 69,5550)
<b>Minimax</b>	0,7196	(40,0451; 68,9833)
<b>GHT</b>	2,5012	(39,7965; 66,4686)

Os resultados apresentados são mais precisos em relação aos cenários anteriores. Isso se deve ao fato de todas as medidas de marcação estarem muito afastadas, causando uma área de incerteza menor quando da realização da triangulação com as medidas de marcação do alvo. O algoritmo UKF apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro. Os algoritmos TLS e LS apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o TLS. Eles foram seguidos pelo Minimax, que teve um desempenho superior ao GHT. Novamente, os algoritmos TLS, UKF e LS são comparáveis em termos de resultados, pois os erros de

estimativas deles estão muito próximos e na prática o comprimento dos alvos considerados, que são maiores do que 100 m, é muito maior que a diferença apresentada pelo erro RMS dos mesmos.

A FIG. 4.20 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações. De maneira semelhante, da FIG. 4.21 à FIG. 4.24 estão representadas as estimativas dos algoritmos TLS, LS, Minimax e GHT, respectivamente. Novamente o algoritmo UKF obteve as melhores estimativas, com resultados mais próximos ao alvo na posição (40 Km, 70 Km). Sendo seguido pelo TLS, LS, Minimax e GHT, respectivamente.

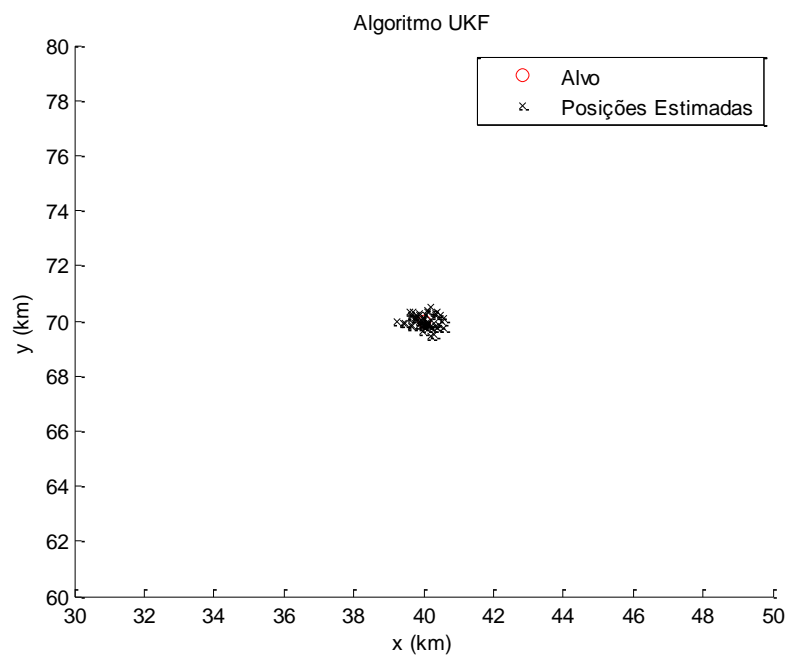


FIG. 4.20 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.

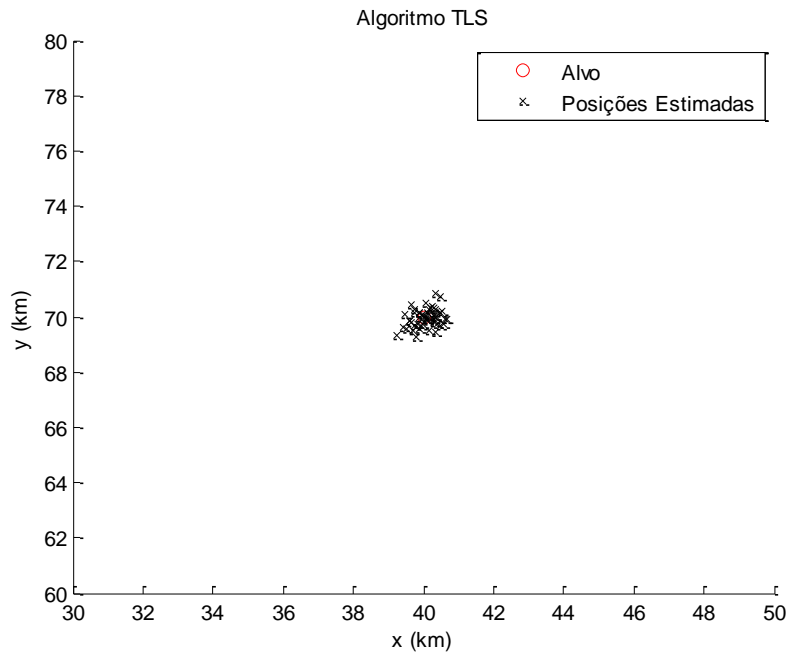


FIG. 4.21 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

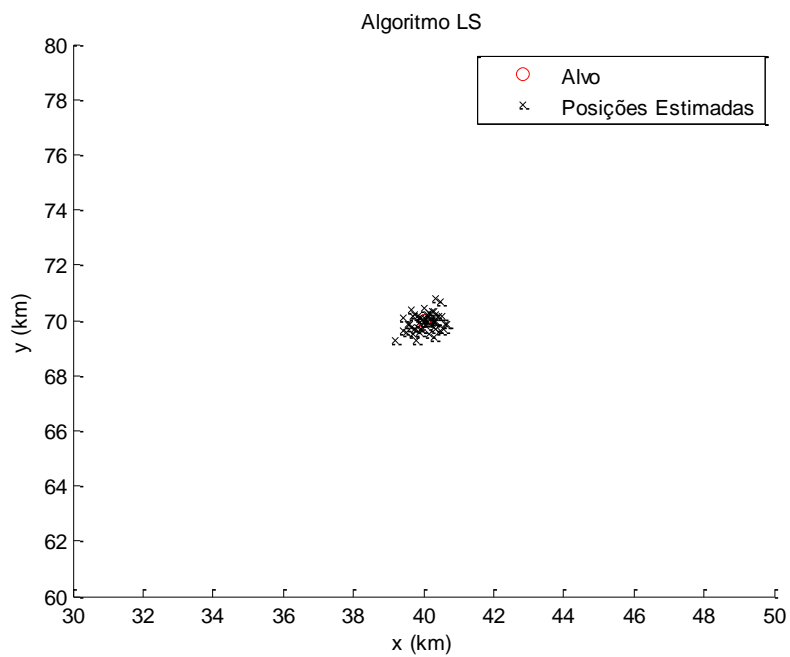


FIG. 4.22 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.

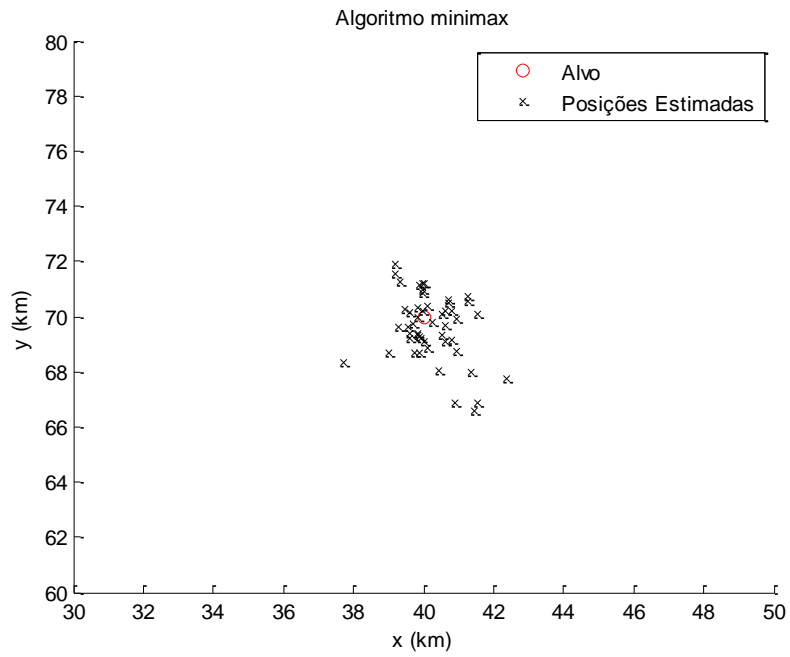


FIG. 4.23 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.

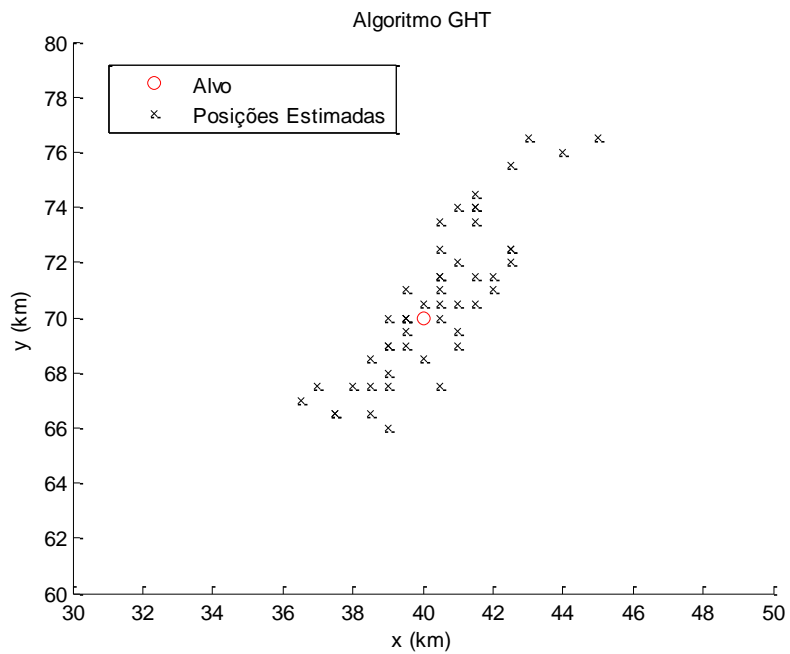


FIG. 4.24 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.



### 4.3.1 SIMULAÇÕES COM ERROS NAS POSIÇÕES DOS RECEPTORES

Na FIG. 4.25, compara-se o RMSE dos algoritmos propostos no cenário anterior em função do ruído na posição do observador. As mesmas condições iniciais foram mantidas, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0.02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>. Observa-se que o RMSE de todos os algoritmos aumentou quando o ruído na posição do observador é incrementada, degradando o desempenho dos mesmos. O TLS e o LS apresentaram desempenhos semelhantes e mais precisos que os demais algoritmos. Sendo seguidos pelos algoritmos UKF, Minimax e GHT, respectivamente.

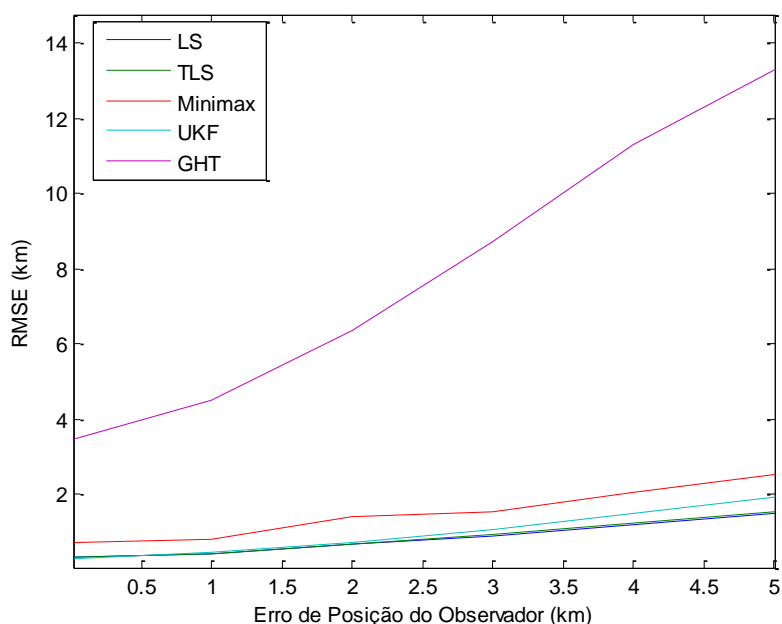


FIG. 4.25 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.

### 4.3.2 SIMULAÇÕES UTILIZANDO O ALGORITMO DE SELEÇÃO DE DADOS

O algoritmo de seleção de dados foi utilizado neste cenário na presença de medidas com valores dispersos. Duas medidas com erros maiores que as outras medidas foram utilizadas no mesmo cenário anterior e com as mesmas condições, ou seja, um total de 20 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização

do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>.

A FIG. 4.26 apresenta o cenário e as medidas de marcação feitas pelos receptores. As medidas com a cor vermelha representam os valores dispersos. A TAB. 4.7 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo para 1000 rodadas independentes, em quilômetros, antes e depois da utilização do algoritmo de seleção de dados. Pode-se observar que todas as estimativas da posição foram melhoradas, ou seja, ficaram mais próximas da posição real do alvo.

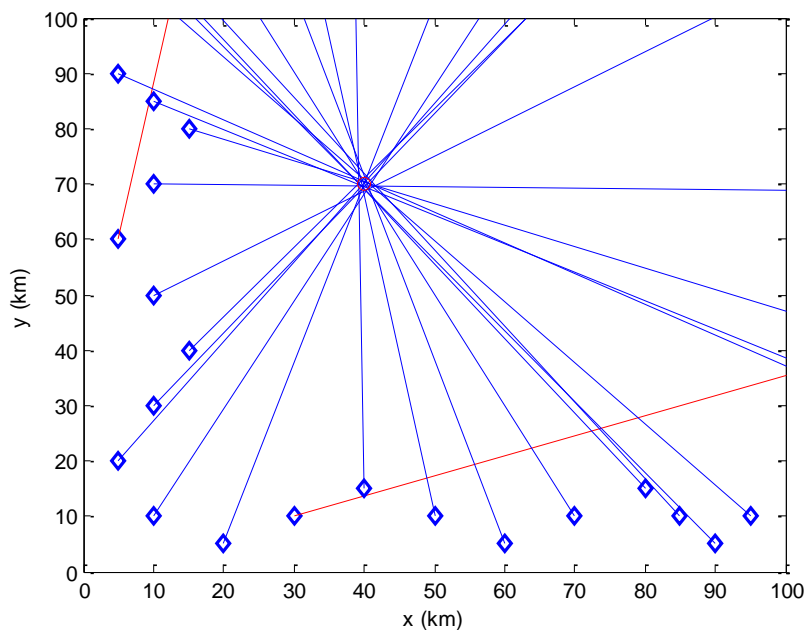


FIG. 4.26 - Cenário e medidas com valores dispersos (*outliers*) em vermelho.

TAB. 4.7 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações

	RMSE <sub>inicial</sub> (Km)	RMSE <sub>final</sub> (Km)
TLS	<b>3,0673</b>	0,3315
LS	3,7828	0,3316
UKF	5,2083	<b>0,2882</b>
Minimax	20,7229	0,7331
GHT	8,3668	2,5373

#### 4.4 CENÁRIO COM MAIOR NÚMERO DE MEDIDAS DE MARCAÇÃO

No cenário apresentado na FIG. 4.27, os receptores realizaram medidas de marcação de um alvo estacionário no mar, na posição (40 Km; 70 Km). Considera-se que as posições exatas dos receptores são conhecidas e que foram obtidas 40 medidas de marcação, ou seja, mais observações foram realizadas em relação aos cenários anteriores. O desvio padrão dos erros das medidas foi mantido em 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{X}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{P}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>, como nos cenários anteriores.

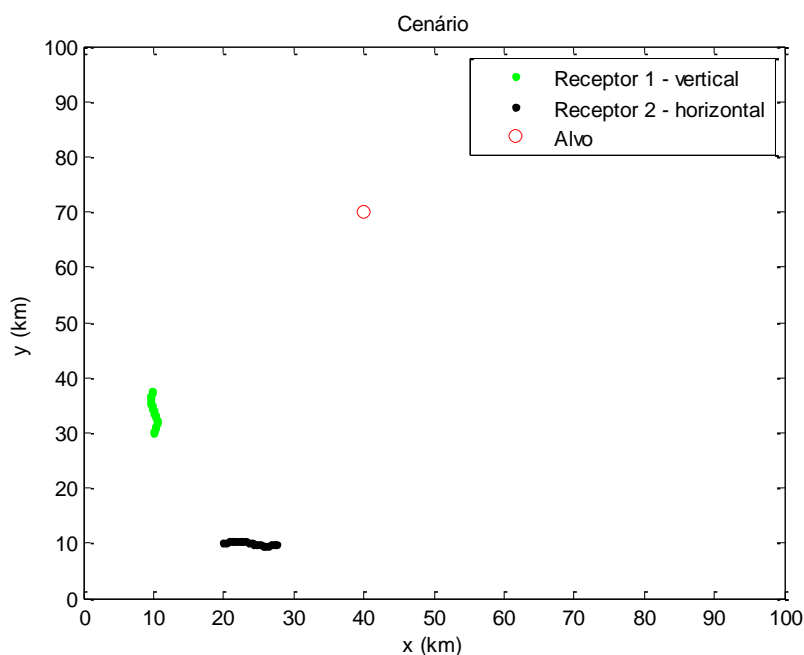


FIG. 4.27 - Cenário com maior número de medidas de marcação.

A TAB. 4.8 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo e das posições estimadas para 1000 rodadas independentes, em quilômetros.

TAB. 4.8 - Média dos erros RMS e das posições estimadas para 1000 simulações

	<b>Erro RMS (Km)</b>	<b>Posição Estimada (Km, Km)</b>
<b>TLS</b>	<b>0,4771</b>	<b>(39,9375; 69,3282)</b>
<b>UKF</b>	0,4857	(40,0287; 69,3137)
<b>LS</b>	0,5176	(39,7970; 69,2967)
<b>Minimax</b>	1,7028	(39,3955; 67,6690)
<b>GHT</b>	1,7159	(39,9535; 67,5738)

Os resultados apresentados são mais precisos em relação ao primeiro cenário, isso se deve ao fato que neste caso o maior número de medidas de marcação aumentou a precisão dos algoritmos na estimativa da posição do alvo. O algoritmo TLS apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro. Sendo seguido pelos algoritmos UKF e LS que apresentaram desempenhos bastante similares. O Minimax e o GHT apresentaram estimativas da posição do alvo muito próximas, com uma discreta vantagem para o algoritmo Minimax.

A FIG. 4.28 apresenta as estimativas da posição do alvo obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações. De maneira semelhante, da FIG. 4.29 à FIG. 4.32 estão representadas as estimativas dos algoritmos UKF, LS, Minimax e GHT, respectivamente. Novamente o algoritmo TLS apresentou as melhores estimativas, com resultados mais próximos ao alvo na posição (40 Km, 70 Km). Sendo seguido pelo UKF, LS, Minimax e GHT, respectivamente.

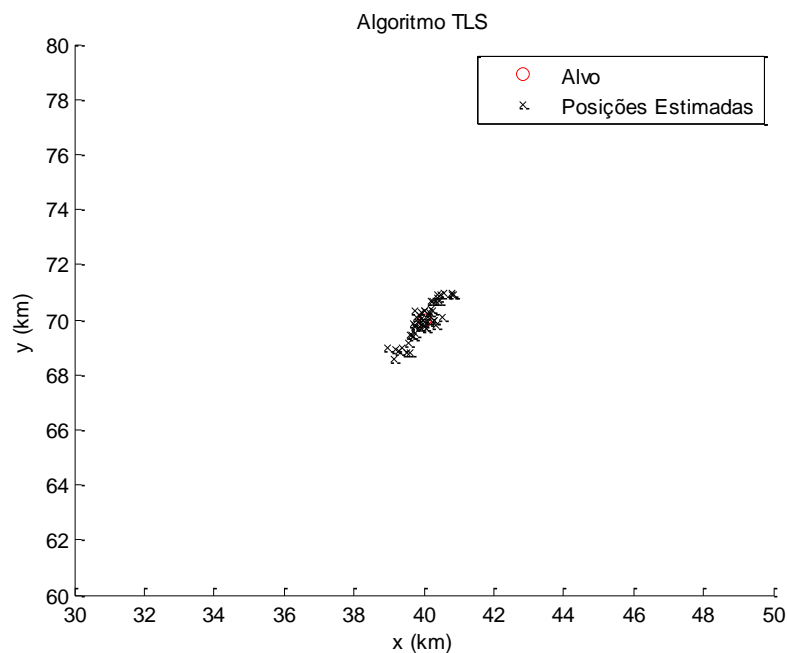


FIG. 4.28 - Estimativas obtidas pelo algoritmo TLS para 50 simulações.

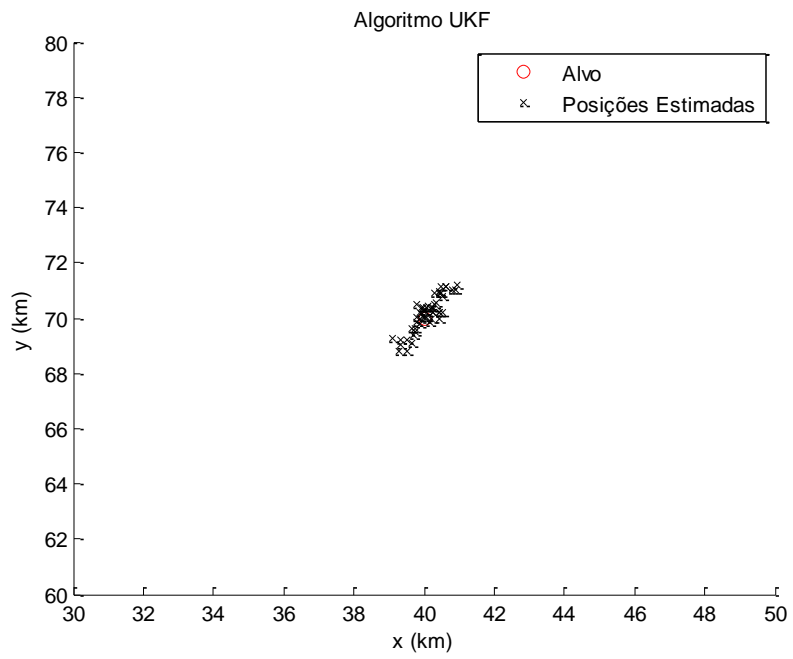


FIG. 4.29 - Estimativas obtidas pelo algoritmo UKF para 50 simulações.

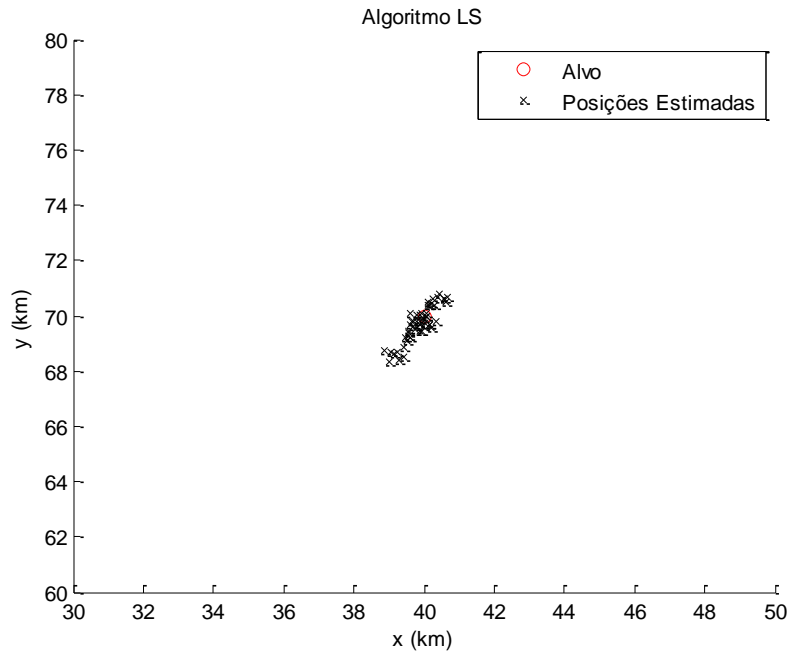


FIG. 4.30 - Estimativas obtidas pelo algoritmo LS para 50 simulações.

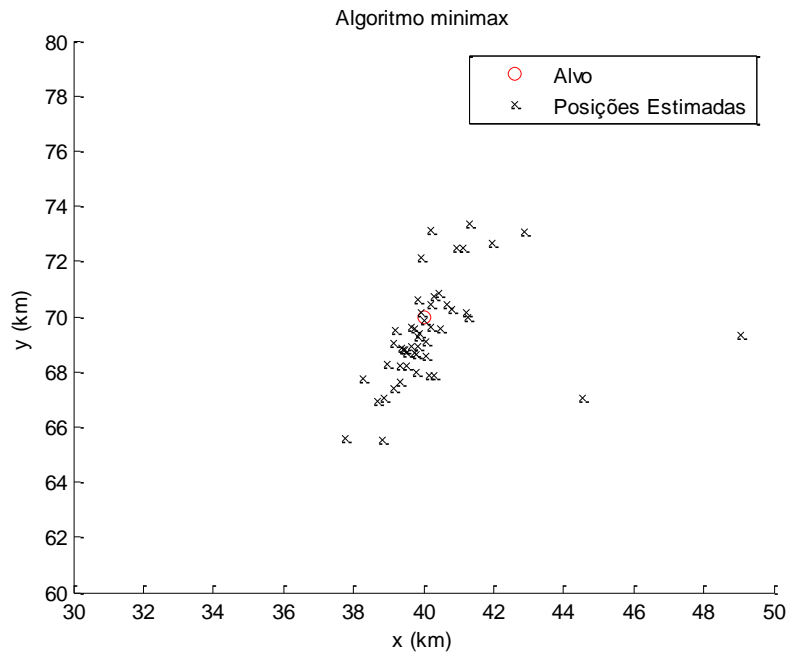


FIG. 4.31 - Estimativas obtidas pelo algoritmo Minimax para 50 simulações.

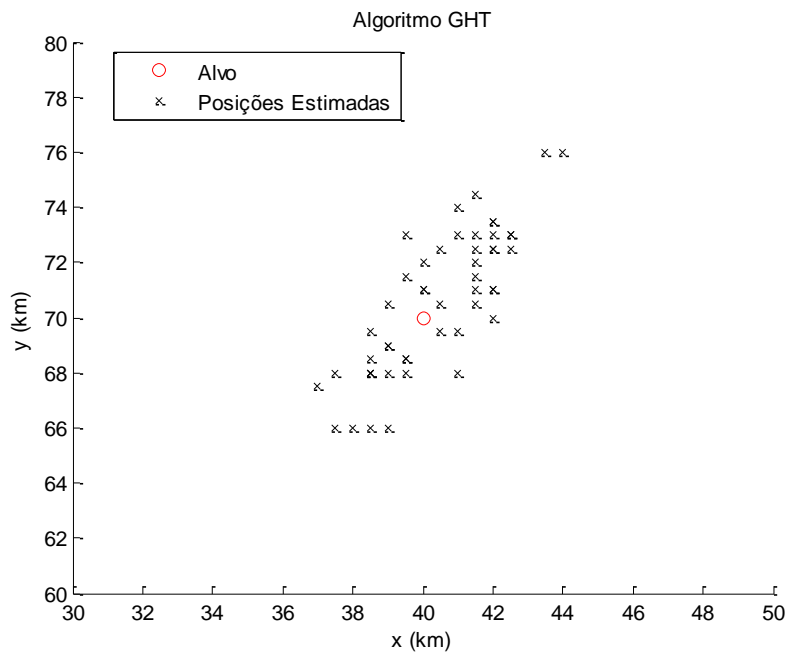


FIG. 4.32 - Estimativas obtidas pelo algoritmo GHT para 50 simulações.

#### 4.4.1 SIMULAÇÕES COM ERROS NAS POSIÇÕES DOS RECEPTORES

Na FIG. 4.33, compara-se o RMSE dos algoritmos propostos no presente cenário em função do ruído na posição do observador. As mesmas condições iniciais foram mantidas, ou seja, um total de 40 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>. Observa-se que o RMSE de todos os algoritmos aumentou quando o ruído na posição do observador é incrementada, degradando o desempenho dos mesmos.

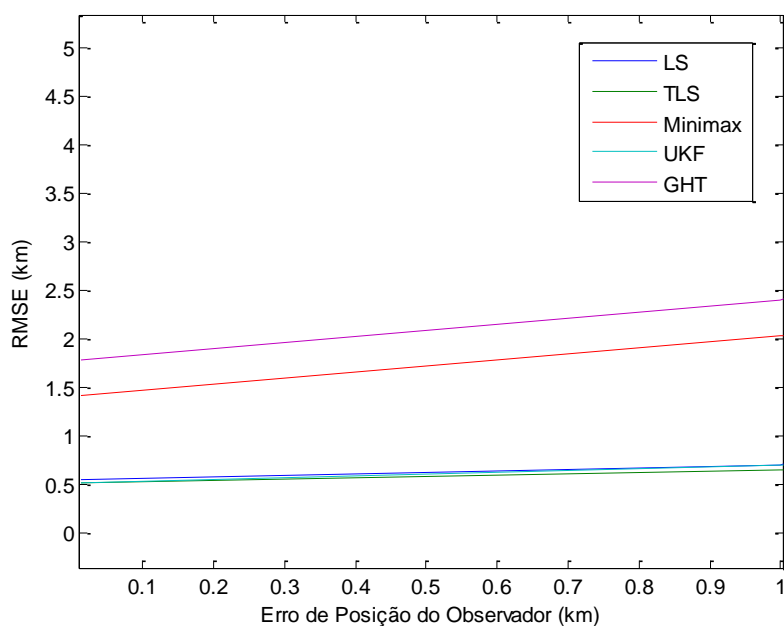


FIG. 4.33 - Variação do RMSE em função da incerteza na posição do observador.

Os algoritmos TLS, LS e UKF apresentaram desempenhos muito semelhantes e melhores que os demais, com uma pequena vantagem para o TLS. Em seguida, aparecem o Minimax que tem um desempenho superior em relação ao GHT.

Incertezas ainda maiores na posição do observador foram utilizadas e a variação do RMSE dos algoritmos em função do ruído na posição do observador está na FIG. 4.34. O LS superou TLS a partir do erro de posição de 1,5 Km, apresentando um melhor desempenho em relação aos demais. O Minimax foi superior ao UKF a partir do erro de posição de 3,9 Km e o GHT apresentou um pior resultado em relação aos algoritmos testados. Na figura é possível observar que o formato das curvas dos algoritmos TLS e UKF são bastante semelhantes, com mudanças

de inclinações em pontos próximos.

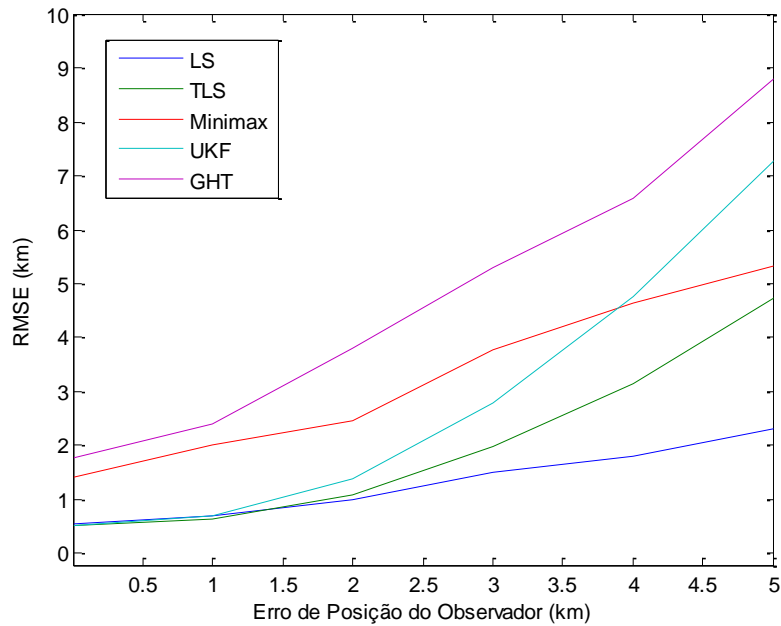


FIG. 4.34 - Incremento da incerteza na posição do observador.

#### 4.4.2 SIMULAÇÕES UTILIZANDO O ALGORITMO DE SELEÇÃO DE DADOS

O algoritmo de seleção de dados foi utilizado neste cenário na presença de medidas com valores dispersos. Duas medidas com erros maiores que as outras medidas foram utilizadas no mesmo cenário anterior e com as mesmas condições, ou seja, um total de 40 medidas de marcação são utilizadas e o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02 rd. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75) \text{ Km}$  e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \text{ Km}^2$ .

A FIG. 4.35 apresenta o cenário e as medidas de marcação feitas pelos receptores. As medidas com a cor vermelha representam os supostos valores dispersos. A TAB. 4.9 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo para 1000 rodadas independentes, em quilômetros, antes e depois da utilização do algoritmo de seleção de dados. Pode-se observar que todas as estimativas da posição foram melhoradas, ou seja, ficaram mais próximas da posição real do alvo, como esperado.



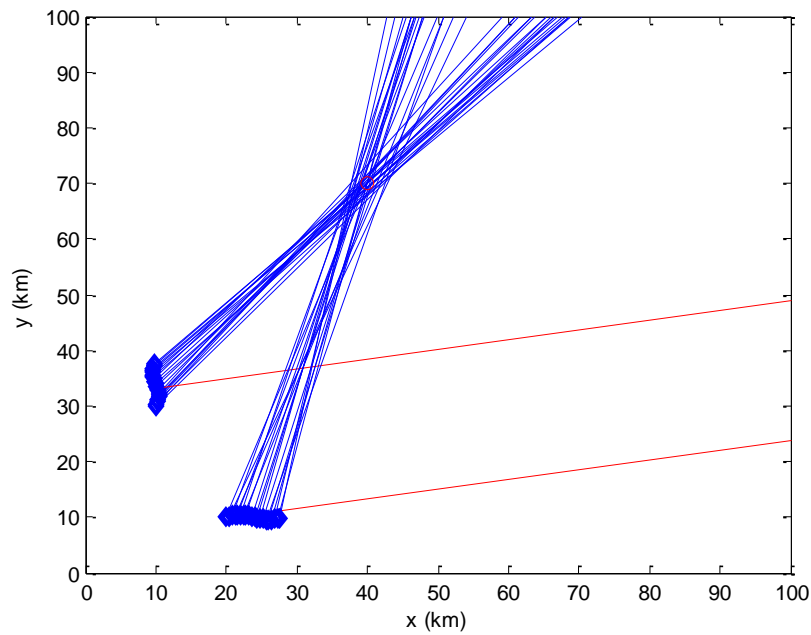


FIG. 4.35 - Cenário e medidas com valores dispersos (*outliers*) em vermelho.

TAB. 4.9 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações

	RMSE <sub>inicial</sub> (Km)	RMSE <sub>final</sub> (Km)
TLS	5,9173	<b>0,4861</b>
LS	15,9714	0,5485
UKF	<b>5,5212</b>	0,4865
Minimax	38,2567	1,6373
GHT	14,6393	1,8160

#### 4.5 CENÁRIO COM EMISSOR MÓVEL

Nos cenários apresentados nas FIG. 4.36 e FIG. 4.37, duas plataformas aéreas estão se movendo: o receptor/plataforma 1 segue no sentido norte e o receptor/plataforma 2 segue no sentido leste, elas são capazes de medir as marcações de um alvo móvel no mar. Considera-se que as posições exatas dos receptores são conhecidas e que cada uma delas obteve 10 medidas de marcação, sendo uma marcação por segundo, o desvio padrão dos erros das medidas é 0,02

rd. São considerados dois tipos de emissores com velocidades diferentes, um navio que possui uma velocidade de 30 nós (16 m/s) e uma aeronave com velocidade de 400 m/s são utilizados com esse propósito. Para a inicialização do UKF foi utilizado  $\hat{\mathbf{X}}_0 = (45; 75)$  Km e  $\hat{\mathbf{P}}_0 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$  Km<sup>2</sup>.

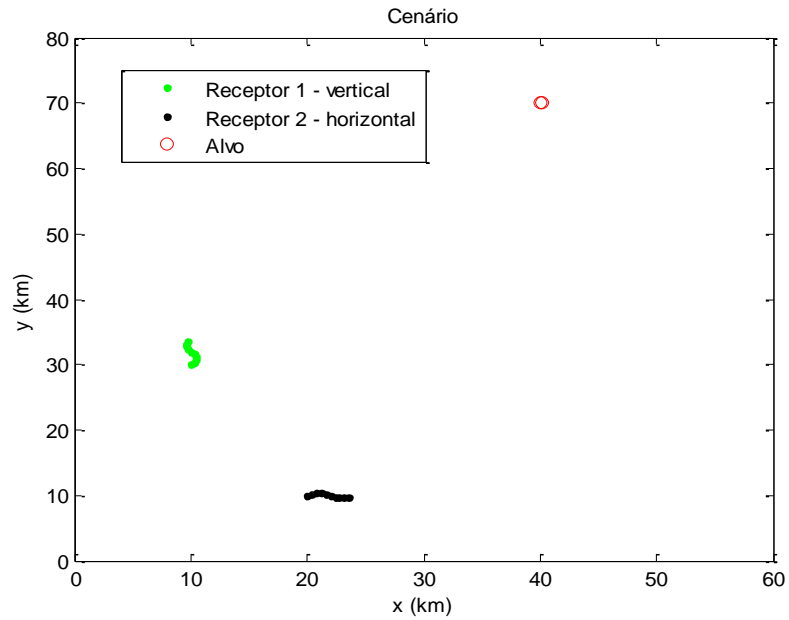


FIG. 4.36 - Cenário com emissor móvel representado por um navio.

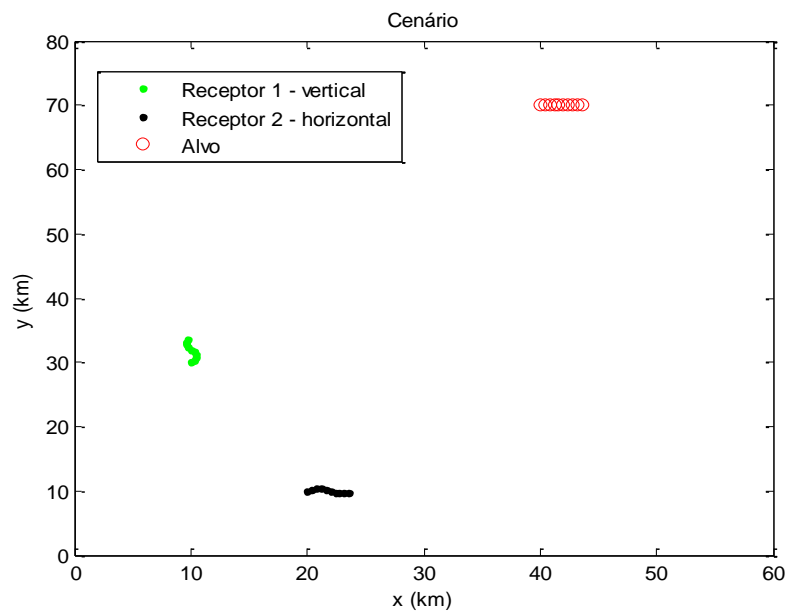


FIG. 4.37 - Cenário com emissor móvel representado por uma aeronave.

A TAB. 4.10 apresenta a média aritmética dos erros RMS das estimativas da posição do alvo para 1000 rodadas independentes, em quilômetros, para os dois cenários.

TAB. 4.10 - Média dos erros RMS das estimativas para 1000 simulações

	<b>Erro RMS (Km) - Navio</b>	<b>Erro RMS (Km) - Aeronave</b>
<b>TLS</b>	0,8172	4,0523
<b>UKF</b>	<b>0,7972</b>	<b>3,7996</b>
<b>LS</b>	0,8975	4,3182
<b>Minimax</b>	2,2074	4,9438
<b>GHT</b>	2,2434	4,7009

Pode-se observar que o algoritmo UKF apresentou um resultado mais preciso que os outros quatro em ambos os cenários. O algoritmo TLS, por sua vez, apresentou um desempenho superior em relação aos algoritmos LS, Minimax e GHT; os algoritmos Minimax e GHT apresentaram resultados muito próximos, porém com uma pequena vantagem para o Minimax no primeiro cenário e para o GHT no segundo cenário.

A FIG. 4.38 apresenta a variação dos erros RMS apresentados pelos algoritmos em função da velocidade do alvo. Pode-se observar que a medida que a velocidade do emissor aumenta, os erros RMS também aumentam, degradando o desempenho dos algoritmos. Os algoritmos UKF e TLS apresentaram estimativas melhores que os demais, com resultados menos afetados à medida que a velocidade do alvo aumenta. O Minimax apresentou uma maior degradação das estimativas da posição do alvo, em relação aos outros algoritmos, com o aumento da velocidade. Na figura é possível observar que o formato das curvas dos algoritmos TLS, LS e UKF são bastante semelhantes, com mudanças de inclinações em pontos próximos.

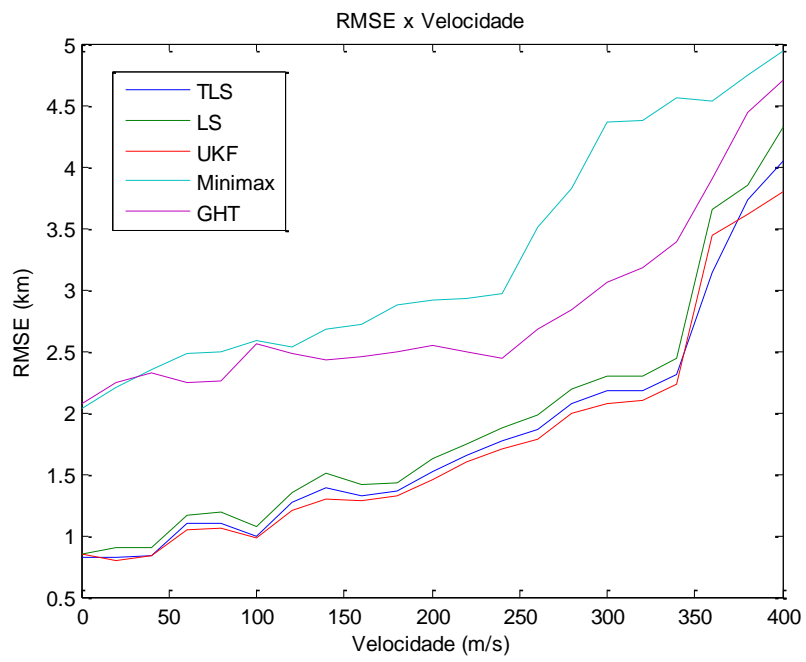


FIG. 4.38 - Variação dos erros RMS em função da velocidade do alvo.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo realizar uma análise comparativa do desempenho de algoritmos de estimação da posição de uma fonte de RF em cenários táticos navais específicos. Estes algoritmos utilizam as medidas de AOA, ou marcação, do sinal transmitido do alvo para o observador para estimar a posição do alvo. Além disso, foram apresentadas interpretações geométricas para alguns algoritmos e um critério de seleção de medidas de marcação quando há valores dispersos presentes nas mesmas.

Com o intuito de melhorar a caracterização e a compreensão dos resultados desse projeto, o trabalho foi iniciado apresentando as definições básicas das técnicas empregadas na localização de fontes emisoras de sinais de RF. Em seguida, foram apresentados os algoritmos Mínimos Quadrados (LS), Mínimos Quadrados Total (TLS), Transformada de Hough Generalizada (GHT), Filtro de Kalman Sem Rasto (UKF) e Minimax.

Em seguida, foram apresentados os resultados das simulações realizadas em alguns cenários navais táticos comuns aos algoritmos. Foi assumido que não apenas as medidas de marcação foram corrompidas por ruído mas também a posição exata do observador não era conhecida, estando sujeita a erros. No primeiro cenário, duas aeronaves foram utilizadas como receptores para estimar a posição de um emissor fixo; em seguida, apenas uma aeronave foi utilizada para localizar o mesmo alvo fixo; no terceiro cenário as posições dos dois receptores estavam mais espaçadas entre si. No quarto cenário um maior número de medidas de marcação foi utilizada nas estimativas da posição do alvo.

Por fim, no quinto e sexto cenários foram utilizadas duas aeronaves para estimar as posições de um emissor móvel que eram um navio e uma aeronave, respectivamente. O algoritmo TLS apresentou resultados mais precisos que os demais na maioria dos testes; ele foi seguido pelo UKF, que se mostrou muito dependente da posição inicial, e pelo LS. O Minimax apresentou desempenho superior quando comparado ao GHT.

O emprego de todos os algoritmos se mostrou viável para aplicações em cenários navais, sendo implementáveis em tempo real. O algoritmo GHT consumiu mais tempo de processamento quando comparado aos demais, exigindo um esforço computacional maior por se tratar de um algoritmo de grade onde todos os pontos da mesma são testados, demandando mais tempo para estimar a posição do alvo. Enquanto os outros algoritmos calculam a posição do alvo quase que instantaneamente, o tempo para o cálculo realizado pelo GHT é de

aproximadamente trinta segundos. No entanto, este tempo pode ser menor se realizado em computadores e equipamentos com boa capacidade de processamento.

Os algoritmos LS, UKF e principalmente o TLS, que apresentaram melhores desempenhos, podem ser indicados para missões que exijam maior precisão, como por exemplo, para o lançamento de um míssil. Apesar do algoritmo UKF ser muito dependente de uma estimativa inicial da posição, ele pode ser utilizado em conjunto com outro algoritmo que não possui uma precisão tão boa quanto a sua, como é o caso do Minimax e GHT. O UKF apresenta bons resultados quando utilizado para estimar trajetórias de alvos. O ruído das medidas possuindo uma distribuição gaussiana tendeu a favorecer algoritmos baseados em mínimos quadrados, como o LS, TLS e UKF.

## 5.1 TRABALHOS FUTUROS

A maioria dos algoritmos de localização de alvos apresentados neste trabalho são algoritmos de lote (*batch*), onde todas as medições são efetuadas antes da aplicação do algoritmo estimador, com exceção do UKF que é sequencial. Como trabalho futuro, pode-se explorar a recursividade dos algoritmos de modo que os dados de medição sejam recolhidos e imediatamente aplicados ao algoritmo de estimação da localização de emissores, como também, os erros nas medidas de marcação sejam modelados com outras distribuições, que não a distribuição normal.

Além disso, é de interesse acadêmico o estudo e desenvolvimento de novos algoritmos que não apenas localize o alvo, como também, realize o acompanhamento (*tracking*) do mesmo, estimando a sua trajetória quando o mesmo estiver se movimentando. Outro possível objeto de pesquisa é verificar a possibilidade de adaptação de algoritmos evolutivos (genéticos) com a finalidade de localização de emissores. Como também, a implementação de algoritmos de seleção de dados, eliminação de valores dispersos, mais específicos para sistemas de localização de emissores, que utilizam medidas de AOA e TDOA.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMY, D. **EW 101 - A First Course in Electronic Warfare**. Artech House Inc, Norwood MA, 2001.
- ADAMY, D. **EW 102 - A Second Course in Electronic Warfare**. Artech House Inc, Norwood MA, 2004.
- ADAMY, D. **EW 103 - Tactical Battlefield Communications Electronic Warfare**. Artech House Inc, Norwood, MA, 2009.
- ADAMY, D. **Introduction to Electronic Warfare - Modeling and Simulation**. Artech House Inc, Norwood, MA, 2003.
- AHMAD, H. e NAMERIKAWA, T. **Robot localization and mapping problem with bounded noise uncertainties**. IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications (ISIEA), p. 187-192, set. 2012.
- ALEXIEV, K.M. e BOJLOV, L.V. **A Hough Transform Track Initiation Algorithm for Multiple Passive Sensors**. Proceedings of the Third International Conference on Information Fusion, 2000.
- BRAYTON, R., DIRECTOR, S., HACHTEL, G. e VIDIGAL, L. **A New Algorithm for Statistical Circuit Design Based on Quasi-Newton Methods and Function Splitting**. IEEE Trans. Circuits and Systems, v. CAS-26, p. 784-794, set. 1979.
- CAFFERY, J. J. e STUBER, G. L. **Overview of radiolocation in cdma cellular systems**. IEEE Communications Magazine, vol. 36, p. 38-45, 1999.
- CHAN, R.H.T. e TAM, P.K.S. **A new Hough transform based position estimation algorithm**. Proceedings of the Second Australian and New Zealand Conference on Intelligent Information Systems, p. 140-144, 1994.

DARLINGTON, S. **Analytical Approximations to Approximations in the Chebyshev Sense.** The Bell System Technical Journal, v. 49, jan. 1970.

DING, Y., LIN, X., SUN, K., XU, X. e LIU, X. **Human target localization using Hough transform and Doppler processing.** IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, p. 1457-1461, 2016.

DING, Z. e BALAJI, B. **Comparison of the Unscented and Cubature Kalman Filters for Radar Tracking Applications.** IET International Conference on Radar Systems, out. 2012.

DOGANÇAY, K. **Bearing-only target localization using total least squares.** Signal Processing, v. 85, p. 1695-1710, set. 2005.

GAVISH, M. e WEISS, A. J. **Performance analysis of bearing-only target location algorithms.** IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, v. 28, p. 817-828, jul. 1992.

GRACE, A. C. W. **Computer-Aided Control System Design Using Optimization Techniques.** Ph.D. Thesis, University of Wales, Bangor, Gwynedd, UK, 1989.

GRUBBS, F.E. **Procedures for Detecting Outlying Observations in Samples,** V. 11, N° 1, p. 1-21, 1969.

HAN, S. P. **A Globally Convergent Method for Nonlinear Programming.** Journal of Optimization Theory and Applications, v. 22, p. 297, 1977.

HAYKIN, S. **Kalman Filtering and Neural Networks.** John Wiley & Sons, 2001.

HEIJDEN, F. V. D., DUIN, R. P. W., DE RIDDER, D. e TAX, D. M. J. **Classification, parameter estimation and state estimation an engineering approach using Matlab.** John Wiley & Sons, 2004.



HOUGH, P. V. C. **Method and means for recognizing complex patterns.** US Patent 3069654, Dez. 1962.

ISO 5725-2, **Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results - Part 2: Basic method for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method.** ISO - International Organization for Standardization, Genebra - Suíça, 1994.

JULIER, S. J. e UHLMANN, J. K. **A New Extension of the Kalman Filter to Nonlinear Systems.** Proc. of AeroSense: The 11th Int. Symp. on Aerospace / Defence Sensing, Simulation and Controls, 1997.

KALMAN, R. E. **A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems.** Journal of Basic Engineering, v. 82, p. 35-45, 1960.

KOSSYK, I., NEUMANN, M. e MARTON, Z. C. **Binaural Bearing Only Tracking of Stationary Sound Sources in Reverberant Environment.** IEEE - RAS 15th International Conference on Humanoid Robots. p. 53-60, nov. 2015.

MADSEN, K. e SCHJAER-JACOBSEN, H. **Algorithms for Worst Case Tolerance Optimization.** IEEE Trans. of Circuits and Systems, v. CAS-26, set. 1979.

MAO, G. e FIDAN, B. **Localization Algorithms and Strategies for Wireless Sensor Networks.** Information Science Reference, First edition, May 2009.

MARKOVSKY, I. e HUFFEL, S. **Overview of total least squares methods.** Signal Processing, v. 87, p. 2283-2302, out. 2007.

MIKHALEV, A., HUGHES, E. J. e ORMONDROYD, R. F. **Comparison of Hough Transform and Particle Filter methods of Passive Emitter Geolocation using Fusion of TDOA and AOA data.** 13th International Conference on Information Fusion, jul. 2010.

MIKHALEV, A. e ORMONDROYD, R. F. **Comparison of Hough Transform and Particle Filter methods of emitter geolocation using fusion of TDOA data.** 4th Workshop on Positioning, Navigation and Communication, mar. 2007.

MIKHALEV, A. e ORMONDROYD, R. F. **Fusion of sensor data for source localization using the Hough Transform.** The 9th International Conference on Information Fusion, jul. 2006.

MIKHALEV, A. e ORMONDROYD, R. F. **Passive Emitter Geolocation using Agent-based data fusion of AOA, TDOA and FDOA measurements.** 10th International Conference on Information Fusion, jul. 2007.

MOLLOY, T. L. e FORD, J. J. **Asymptotic Minimax Robust Quickest Change Detection for Dependent Stochastic Processes With Parametric Uncertainty.** IEEE Transactions on Information Theory, p. 6594 - 6608, nov. 2016.

NERI, F. **Introduction to Electronic Defense Systems.** Second Edition, Artech House Inc, Norwood, MA, 2001.

NI, J., KHAN, Z, WANG, S., WANG, K. e HAIDER, S. K. **Automatic detection and counting of circular shaped overlapped objects using circular Hough transform and contour detection.** 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA), p. 2902-2906, 2016.

POISEL, R. A. **Electronic Warfare Target Location Methods.** Artech House Inc, 2012.

POWELL, M.J.D. **A Fast Algorithm for Nonlinearly Constrained Optimization Calculations.** Numerical Analysis, ed. G.A. Watson, Lecture Notes in Mathematics, v. 630, Springer Verlag, 1978.

QIAN, ZHANG e SONG, T. L. **Improvement of Bearings Only Target Tracking Using**

- Smoothing.** IEEE International Conference on Control Science and Systems Engineering, dez. 2014.
- RAO, K. D. e REDDY, D. C. **A new method for finding electromagnetic emitter location.** IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, v. 30, p. 1081-1085, out. 1994.
- SANTOS, E. C., APOLINÁRIO, J. A. e ARAUJO, J. A. **Avaliação de algoritmos de localização de alvos baseados apenas em medidas de marcação.** XXXIV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais - SBrT, 2016.
- SAVAGE, C.O., CRAMER, R.L. e SCHMITT, H.A. **TDOA Geolocation with the Unscented Kalman Filter.** Proceedings of the IEEE International Conference on Networking, Sensing and Control - ICNSC, 2006.
- SCHIELE, B. e CROWLEY, J.L. **A comparison of position estimation techniques using occupancy grids.** Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, p. 1628-1634, 1994.
- SIMON, D. **Kalman filtering with state constraints: a survey of linear and nonlinear algorithms.** IET Control Theory and Applications, vol. 4, p. 1303-1318, 2010.
- SPINGARN, K. **Passive position location estimation using the extended Kalman filter.** Proceedings of the IEEE Transactions on aerospace and electronic systems, v. 23, p. 558-567, jul. 1987.
- STANSFIELD, R. G. **Statistical theory of DF fixing.** J. IEE 94 (15), p. 762-770, mar. 1947.
- THOMÉ, A. C. G., SANTOS, J. C. A., ADAMI, A. G. e ZAMPROGNO, L. C. S. **Avaliação de Erros de Localização de Emissores em Ambiente Urbano: Um Estudo de Caso no Rio de Janeiro.** São José dos Campos - SP. Anais do XIV Simpósio de Aplicações Operacionais em Áreas de Defesa - SIGE, 2012.

VAGHEFI, R. M., GHOLAMI, M. R. e STROM, E. G. **Bearing-only target localization with uncertainties in observer position.** IEEE 21st International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Workshops (PIMRC Workshops), p. 238-242, set. 2010.

WAN, E.A. e MERWE, R. V. D. **The Unscented Kalman Filter for nonlinear estimation.** The IEEE Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium, p. 153-158, out. 2000.

YANG, W. **Source localization using TDOA measurements with sensor location uncertainty.** Proceedings of the 30th Chinese Control Conference, jul. 2011.